

Cognome e Nome _____

Matricola _____ Corso di Laurea Specialistica _____

CORSO DI MODELLISTICA ELETTRICA E MAGNETICA

Prova in itinere del 1/02/2006

Tempo a disposizione: 90 minuti.

QUESITO 1

Una sfera dielettrica di permittività relativa $\epsilon_r > 1$ e raggio r_0 , immersa nel vuoto in un campo elettrostatico \vec{E}_0 originariamente uniforme, determina un campo descritto dalla seguente legge:

$$E_r = \frac{3E_0 \cos \vartheta}{\epsilon_r + 2}, E_\vartheta = -\frac{3E_0 \sin \vartheta}{\epsilon_r + 2} \quad 0 < r < r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

$$E_r = E_0 \cos \vartheta \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \frac{r_0^3}{r^3} \right), E_\vartheta = E_0 \sin \vartheta \left(-1 + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \frac{r_0^3}{r^3} \right) \quad r > r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

Si modifichino le formule precedenti supponendo che si tratti di:

- una sfera di permittività uguale a quella del vuoto

$$E_r = \quad , E_\vartheta = \quad \quad 0 < r < r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

$$E_r = \quad , E_\vartheta = \quad \quad r > r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

- una sfera di materiale conduttore ideale

$$E_r = \quad , E_\vartheta = \quad \quad 0 < r < r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

$$E_r = \quad , E_\vartheta = \quad \quad r > r_0 \quad 0 < \vartheta < 2\pi$$

QUESITO 2

Le condizioni di trasmissione del campo magnetico \bar{H} e dell'induzione magnetica \bar{B} all'interfaccia Γ tra due mezzi di permeabilità μ_1 e μ_2 , rispettivamente, sono (segnare le due risposte ritenute corrette):

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $H_{t1}=H_{t2}$ | $H_{t1}=H_{n2}$ | $H_{n1}=H_{n2}$ | $H_{n1}=H_{t2}$ |
| $B_{t1}=B_{t2}$ | $B_{t1}=B_{n2}$ | $B_{n1}=B_{n2}$ | $B_{n1}=B_{t2}$ |

dove i pedici n e t indicano le direzioni normale e tangente a Γ , rispettivamente.

La condizione per H vale (segnare la risposta ritenuta corretta):

| |
|--|
| sempre |
| quando è nulla la corrente in uno dei due mezzi |
| quando è nulla la corrente superficiale all'interfaccia Γ |

La condizione per B vale (segnare la risposta ritenuta corretta):

| |
|--|
| sempre |
| quando è nulla la corrente in uno dei due mezzi |
| quando è nulla la corrente superficiale all'interfaccia Γ |

QUESITO 3

Date le equazioni di Maxwell nel caso generale

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \quad \bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \rho$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J}_0 + \sigma \bar{E} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \quad \bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$$

con ovvio significato dei simboli, le si modifichino per un problema di diffusione magnetica (approssimazione di campo lentamente variabile). Si faccia riferimento ad un mezzo Ω omogeneo, di permeabilità μ e conducibilità σ , privo di carica spaziale:

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = \quad , \quad \bar{\nabla} \cdot \bar{D} =$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \quad , \quad \bar{\nabla} \cdot \bar{B} =$$

Quindi, ricordando la legge costitutiva $\bar{B} = \mu \bar{H}$ e l'identità vettoriale $\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{B} = \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{B}) - \bar{\nabla}^2 \bar{B}$, si ricavi l'equazione della diffusione nell'incognita \bar{B} .

QUESITO 4

In un problema di analisi agli elementi finiti di un campo stazionario,

- la matrice globale di rigidezza è quadrata e (selezionare due proprietà)

| | |
|----------------|------------|
| simmetrica | ortogonale |
| antisimmetrica | piena |
| sparsa | hermitiana |

- le dimensioni della matrice di rigidezza sono uguali al numero di:

| | |
|----------------------|-------------------|
| autovalori non nulli | nodi del reticolo |
| sottodomini | nodi al bordo |

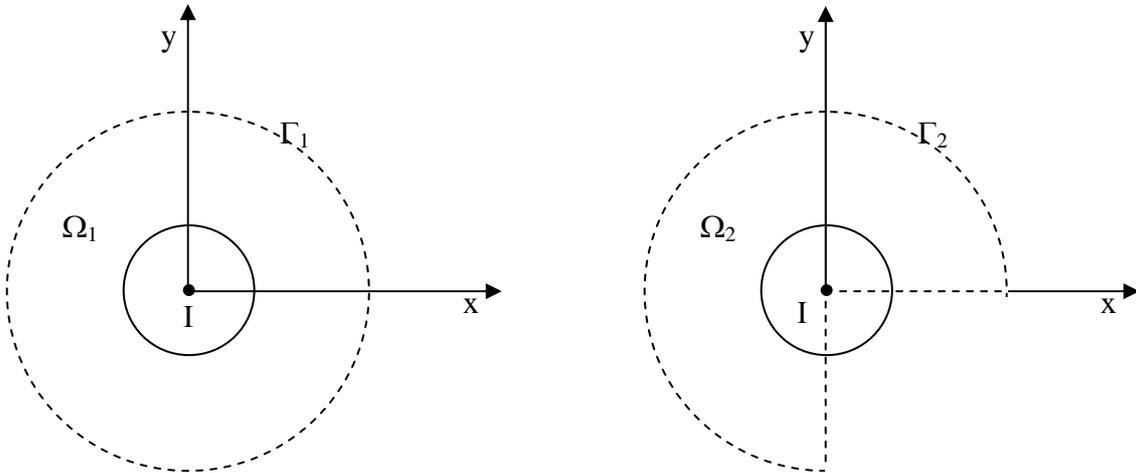
- l'ampiezza di banda che caratterizza la matrice dipende da:

| | |
|---------------------------------|----------------------------|
| numero di elementi del reticolo | numerazione degli elementi |
| numerazione dei nodi | numero di nodi al bordo |

Qual è una possibile strategia di immagazzinamento della matrice in memoria principale, che eviti la ridondanza dei dati ? Si descriva un semplice algoritmo.

QUESITO 5

Dato un conduttore rettilineo indefinito e percorso da corrente I in un mezzo omogeneo Ω di permeabilità μ , si scrivano le condizioni al contorno Γ in termini del potenziale vettore magnetico A , nei due casi in figura.



Data poi una discretizzazione del dominio in n_T elementi triangolari del primo ordine, se (B_{xk}, B_{yk}) sono le componenti cartesiane di induzione al baricentro del k -esimo triangolo $k=1, \dots, n_T$, si dia una formula per il calcolo dell'energia W associata al dominio stesso.

$W =$

QUESITO 6

Con riferimento al codice di calcolo MagNet di Infolytica, si descrivano brevemente le possibili strategie di infittimento del reticolo.