



Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di Elettrotecnica

Teoremi dei circuiti elettrici



Teoremi dei circuiti elettrici

Conseguenza di KCL, KVL e della unicità della soluzione di un circuito lineare

Valgono in regime stazionario oppure lentamente variabile



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI TELLEGEN O DELLA CONSERVAZIONE DELLE POTENZE

Vale per circuiti lineari e non lineari

SE

- V_i Tensioni di lato che soddisfano KVL
- I_i Correnti di lato che soddisfano KCL

ALLORA

$$\sum_i V_i I_i = 0 \quad i=1, \ell$$



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI TELLEGEN O DELLA CONSERVAZIONE DELLE POTENZE

V_i, I_i COESISTENTI

→ **$V_i I_i$ è potenza effettiva**

V_i, I_i NON COESISTENTI

→ **$V_i I_i$ è potenza virtuale**



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI TELLEGEN O DELLA CONSERVAZIONE DELLE POTENZE

COROLLARIO

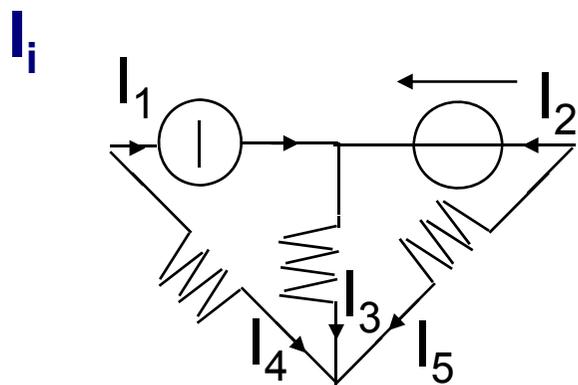
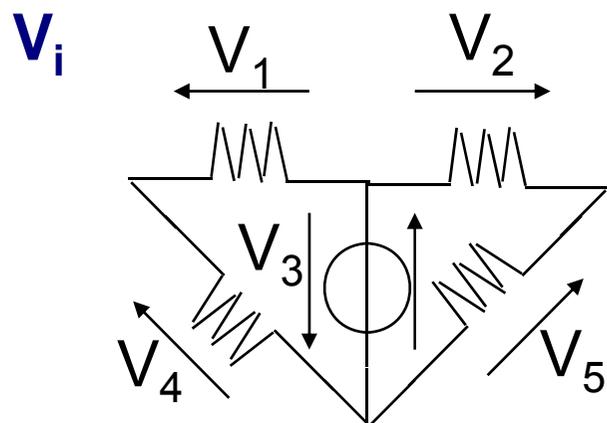
**Se c'è un solo generatore di tensione, la sua E è
maggiore delle altre V
(non amplificazione della tensione)**

**Se c'è un solo generatore di corrente, la sua A è
maggiore delle altre I
(non amplificazione della corrente)**

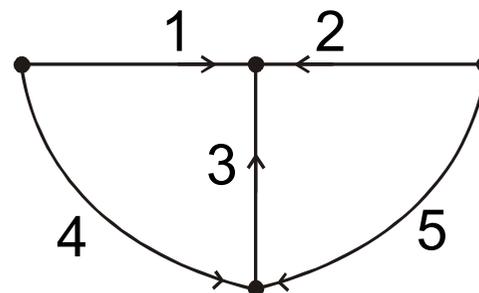


Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio



Due circuiti diversi,
con lo stesso grafo



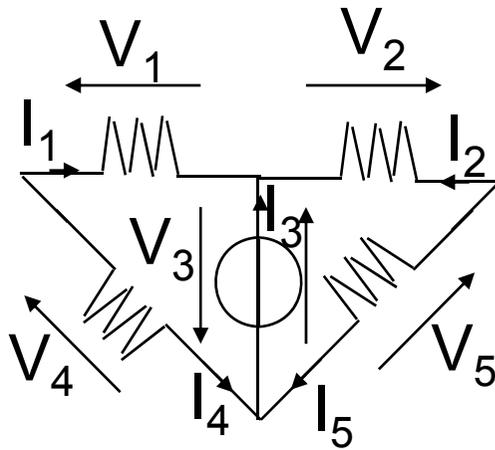
$$\sum_1^5 V_i I_i = 0$$

Potenze virtuali



Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio



$$\sum_1^5 V_i I_i = 0$$

Potenze effettive



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI VON HELMHOLTZ O DELLA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Vale per circuiti lineari

CHIAMIAMO

CAUSE C tensioni o correnti impresse da generatori indipendenti

EFFETTI E tensioni o correnti risultanti nei lati

SE in un circuito sono presenti più cause

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



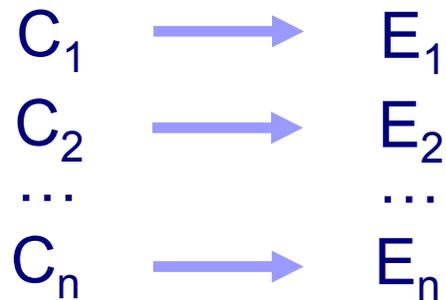
Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI VON HELMHOLTZ O DELLA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Pensiamo ciascuna causa agente da sola

Le altre $n-1$ sono escluse (generatore ideale di tensione:

corto circuito; generatore ideale di corrente: circuito aperto)



ALLORA

l'effetto totale è la sovrapposizione dei singoli effetti

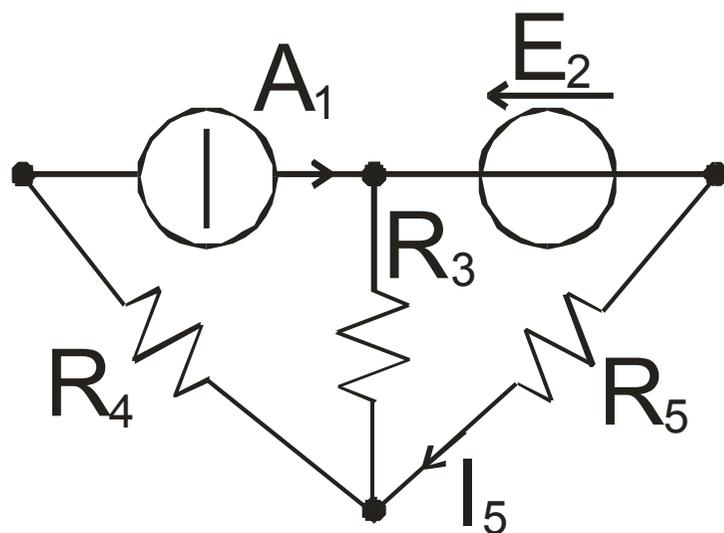
$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

NOTA – se ci sono generatori dipendenti, questi vanno lasciati sotto l'effetto di tutte le cause

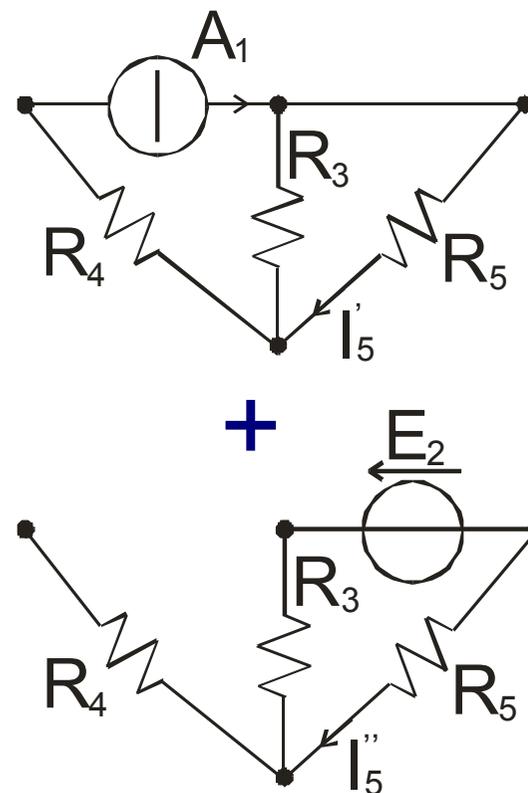


Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio



=

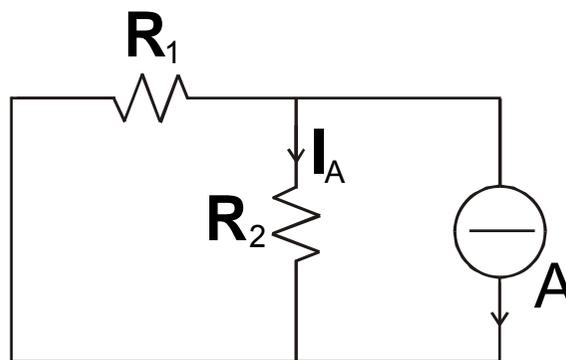
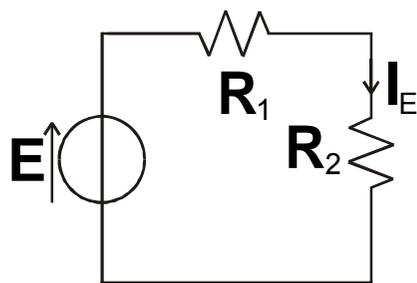
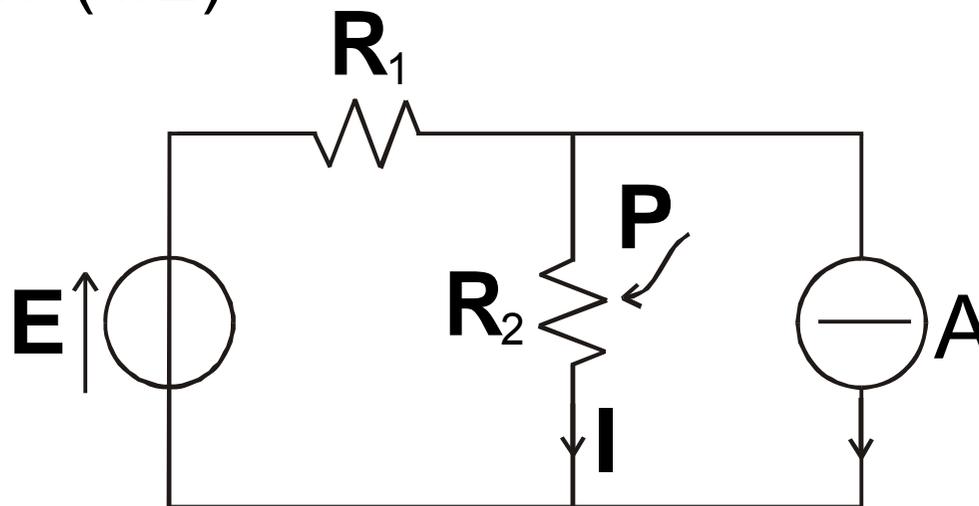


$$I_5 = I'_5 + I''_5 \quad I'_5 = A_1 \frac{R_3}{R_3 + R_5} \quad I''_5 = - \frac{E_2}{R_3 + R_5}$$



Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio (1/2)



$$I = I_E + I_A$$

$$I_E = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$I_A = -A \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio (2/2)

$$P_E = R_2 I_E^2 = \frac{R_2 E^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$P_A = R_2 I_A^2 = \frac{R_1^2 R_2 A^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$P = P_E + P_A = \frac{R_2 E^2 + R_1^2 R_2 A^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

? NO

$$P = R_2 (I_E + I_A)^2 = R_2 I_E^2 + R_2 I_A^2 + 2R_2 I_E I_A = P_E + P_A + 2R_2 I_E I_A \quad \text{? SI'}$$



Teoremi dei circuiti elettrici

NOTA

I è una funzione lineare degli ingressi (E,A)

➔ Vale la sovrapposizione degli effetti

P non è una funzione lineare degli ingressi (E,A)

➔ NON vale la sovrapposizione degli effetti



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI SOSTITUZIONE O DI COMPENSAZIONE

Vale per reti qualsiasi (lineari e non lineari)

SE il lato i è sostituito da
un generatore ideale di tensione con $E=V_i$
oppure
un generatore ideale di corrente con $A=I_i$

ALLORA il funzionamento del circuito non cambia

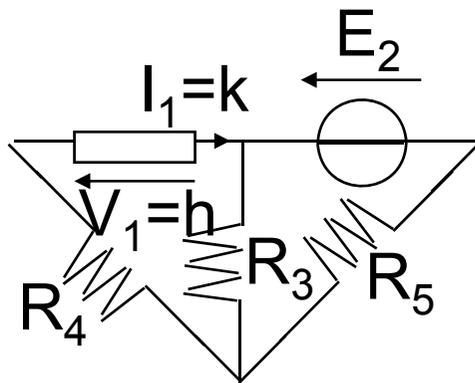
IPOTESI FONDAMENTALE

La rete ha una e una sola soluzione
(ipotesi banale nel caso lineare)

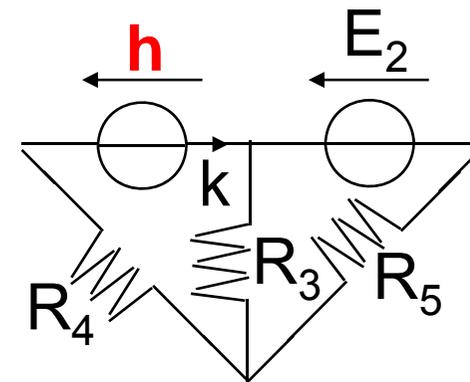
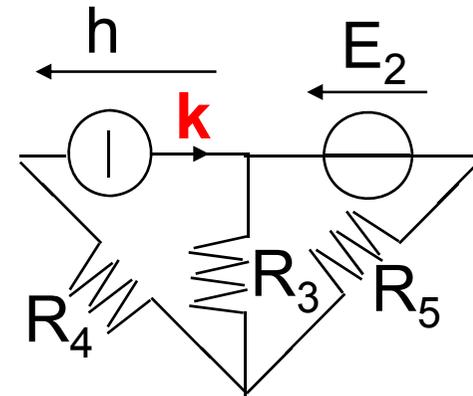


Teoremi dei circuiti elettrici

■ Esempio



≡



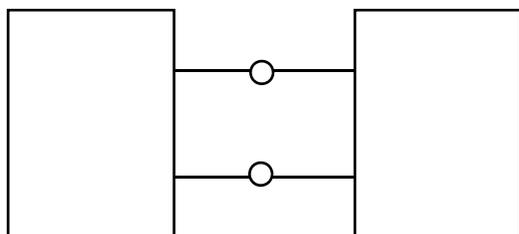


Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DEL GENERATORE EQUIVALENTE

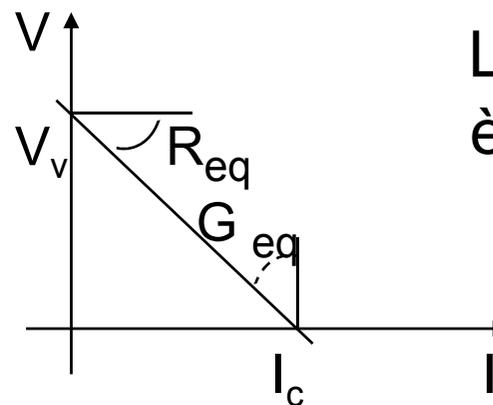
Valgono per circuiti lineari

Se si seziona un circuito in due parti mettendo in evidenza due morsetti



ciascuna parte è un bipolo

Un bipolo è noto quando è nota la sua caratteristica.
Se il bipolo è lineare, la caratteristica è lineare



La caratteristica è individuata da

(V_v, R_{eq})
oppure
 (I_c, G_{eq})



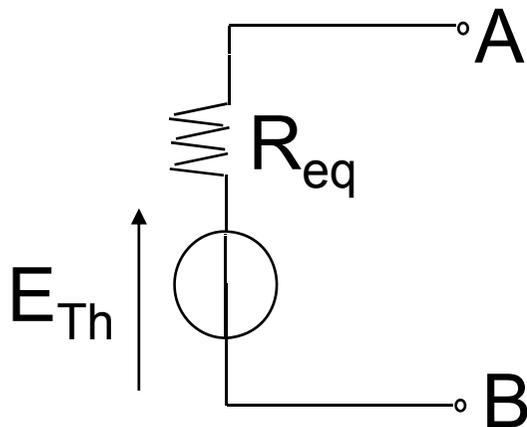
Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMI DEL GENERATORE EQUIVALENTE

allora

Teorema di Thevenin

Un circuito lineare a due morsetti può essere sostituito da un generatore reale lineare di V



tale che $E_{Th} = V_v$ e $R_{eq} = V_v / I_c$

Se non ci sono generatori dipendenti
 $R_{eq} = R_{AB}$ che appare tra A e B quando sono esclusi i generatori

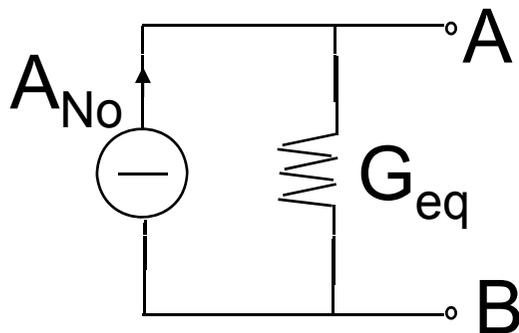


Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMI DEL GENERATORE EQUIVALENTE

Teorema di Norton

Un circuito lineare a due morsetti può essere sostituito da un generatore reale lineare di I



tale che $A_{No} = I_c$ e $G_{eq} = I_c / V_v$

Se non ci sono generatori dipendenti
 $G_{eq} = G_{AB}$ che appare tra A e B quando sono esclusi i generatori

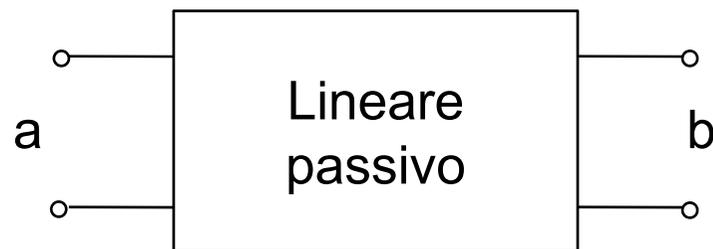


Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI RECIPROCITA'

Vale per reti lineari senza generatori

Isoliamo due lati (a,b) del circuito



Doppio bipolo

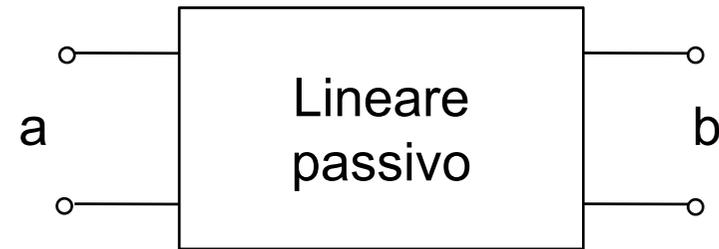
Se 1) si collega un generatore ideale di tensione in a e si considera la corrente di corto circuito in b E_a I_b

2) si collega il generatore in b e si considera la corrente in a I_a E_b



Teoremi dei circuiti elettrici

TEOREMA DI RECIPROCITA'



Allora $\frac{E_a}{I_b} = \frac{E_b}{I_a}$, in particolare, se $E_a = E_b$ e $I_a = I_b$

il funzionamento del circuito non cambia scambiando ingresso e uscita.

$$E_a I_a = E_b I_b \text{ potenze virtuali}$$

$$R_{ab} = R_{ba} \text{ trans-resistenze}$$