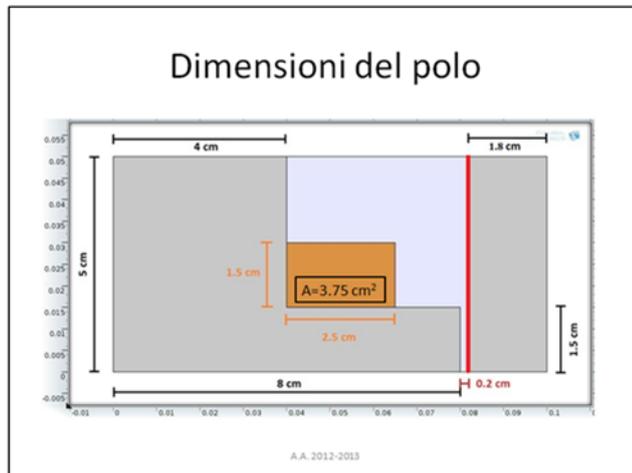

Corso di Elettrotecnica Industriale

Professore Paolo Di Barba

Il polo magnetico: optimal shape design

Anno Accademico 2013/2014

I PARTE PROBLEMA DIRETTO



A.A. 2012-2013

PROBLEMA DIRETTO: data una geometria fissa, le caratteristiche dei materiali e la distribuzione delle sorgenti, si analizza l'andamento del campo all'interno del dominio in analisi e in particolare determinate prestazioni.

Si riporta la geometria fissata relativa al polo magnetico analizzato.

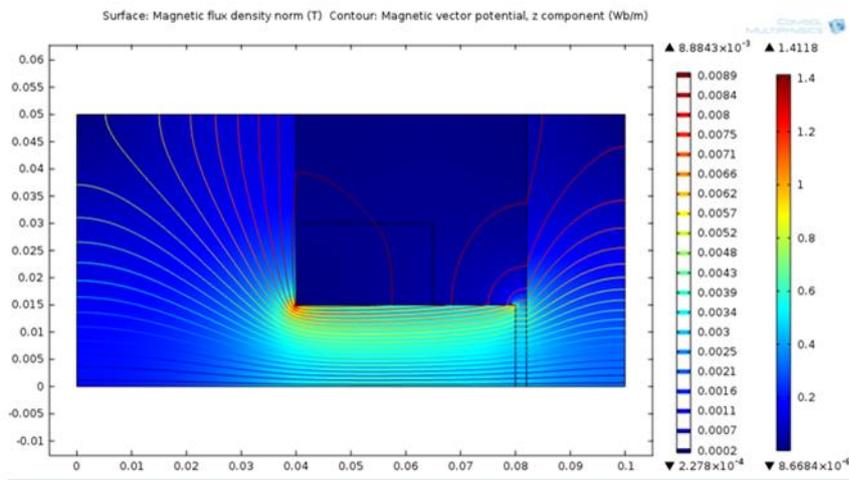
Per le caratteristiche dei materiali si veda pagina 3,4 del "Tutorial on magnetic diffusion".

La sorgente di campo è costituita da una corrente uniformemente distribuita sull'avvolgimento di eccitazione, con densità:

$$J = 2 * 10^6 \text{ A/m}^2$$

La linea rossa rappresenta la linea di integrazione utilizzata per il calcolo del flusso utile.

Risultati del problema diretto



Si riporta il risultato ottenuto da una simulazione in termini di:

- Norma della densità di flusso magnetico B (Surface);
- Componente z del potenziale vettore magnetico (Contour).

Il flusso utile valutato per integrazione vale:

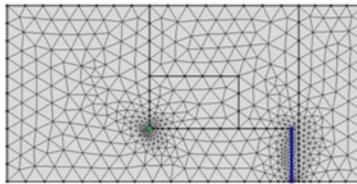
$$\phi = 10.5 \text{ mWb/m}$$

II PARTE

OTTIMIZZAZIONE MULTI-OBIETTIVO

- Problema inverso di sintesi;
- Simulazioni orientate all' *Optimal Shape Design* del polo magnetico;
- Modello ad elementi finiti (FEM) con semplificazione della mesh.

Mesh : fine
N° elementi: 1012
Dim. Min : $3 * 10^{-5}$ m
Dim. Max : 0.0053 m



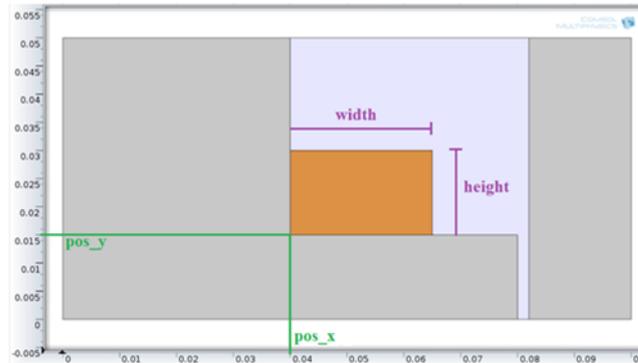
PROBLEMA INVERSO DI SINTESI: dato un campo desiderato in un dispositivo si progettano le sorgenti, i materiali e la forma del dispositivo in modo che abbia determinate prestazioni.

Abbiamo introdotto una semplificazione della mesh per velocizzare le simulazioni: da finer a fine.

Variabili decisionali

- Le quattro variabili decisionali sono:

- pos_x ;
- pos_y ;
- $width$;
- $height$.



Si tratta di un problema di **optimal shape design**: si cerca la geometria ottima per ottenere determinate prestazioni.

Si fanno variare:

- La posizione dello spigolo interno del polo, tramite pos_x e pos_y , che determina la geometria dello stesso;
- Le dimensioni dell'avvolgimento, tramite $width$ e $height$, che ne determinano l'area.

Sono fissate le dimensioni esterne massime della geometria e le dimensioni dello statore.

Funzioni obiettivo

Si sono definite tre funzioni obiettivo:

1. Massimizzare il **flusso utile** che si concatena con il nucleo di statore [Wb/m];

$$\int_a^b \vec{B} \cdot \vec{n} dl$$



A.A. 2012-2013

2. Minimizzare il **prezzo** del materiale costituente il polo magnetico (rame e ferro dolce) [€/m];

$$Prezzo = \rho_{rame} \cdot A_{rame} \cdot P_{rame} + \rho_{ferro} \cdot A_{ferro} \cdot P_{ferro}$$

3. Minimizzare il **peso** del materiale costituente il polo magnetico (rame e ferro dolce) [kg/m];

$$Peso = \rho_{rame} \cdot A_{rame} + \rho_{ferro} \cdot A_{ferro}$$

Materiale	Peso specifico	Prezzo
	kg/m ³	€/kg
Soft Iron	7880	1.16
Copper	8890	6.48

Nella valutazione di peso e prezzo si prendono in considerazione soltanto il rotore e l'avvolgimento (non lo statore) e non si considerano i sistemi di raffreddamento eventualmente presenti.

A.A. 2012-2013

Grado di conflitto tra le funzioni obiettivo

Ci si aspetta che il primo obiettivo sia in conflitto con le funzioni obiettivo 2 e 3, in quanto:

- Il peso e il prezzo del materiale costituente il polo magnetico variano con proporzionalità diretta rispetto all'area;
- Il flusso utile aumenta all'aumentare dell'area.

A.A. 2012-2013

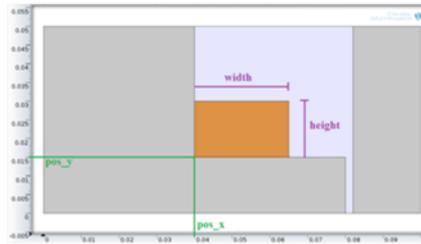
Il peso e il prezzo del materiale costituente il polo magnetico variano con proporzionalità diretta rispetto all'area, quindi per essere minimizzati tendono a ridurre l'area dei materiali;

Il flusso utile aumenta all'aumentare dell'area, in modo direttamente proporzionale e per essere massimizzato vorrebbe quindi massimizzare l'area dei materiali.

Il primo obiettivo risulta quindi in conflitto con gli altri due.

VINCOLI SULLA GEOMETRIA

- $pos_x + width < 0.08m$
- $pos_y + height < 0.05m$



Per non perdere alcuna configurazione possibile, abbiamo scelto di far variare ogni variabile decisionale nel range massimo possibile:

$$pos_x, width \in [0;0.08] \quad pos_y, height \in [0;0.05]$$

A.A. 2012-2013

VINCOLI PER LA GENERAZIONE DELLA MESH

- Limitazione inferiore per pos_x e pos_y :

$$pos_x, pos_y > 10^{-5} m$$

- Limitazione inferiore per l'area dell'avvolgimento:

$$A > A_{\min} = 10^{-5} m^2$$

- Sarebbe bastata una limitazione su width e height analoga a pos_x e pos_y ;
- Scelta basata su valutazioni costruttive: vincolo comportamentale sul campo al traferro.

A.A. 2012-2013

MOTIVAZIONI:

Limitazione inferiore per pos_x e pos_y :

La dimensione minima degli elementi per la mesh *fine* è $3 \cdot 10^{-5}$ m. Tuttavia Comsol riesce a creare una mesh anche con triangoli di dimensione inferiore, fino a sopra $3 \cdot 10^{-7}$ m. Avendo però un infittimento sul lato del polo che richiede la presenza di almeno 15 elementi, i problemi sopraggiungono per un pos_y di $5 \cdot 10^{-6}$ m. Abbiamo quindi deciso di porre il limite inferiore a 10^{-5} .

Limitazione per l'area dell'avvolgimento:

Limitando solo width e height si sarebbero accettate aree inferiori a 10^{-10} m², che non hanno alcun interesse dal punto di vista della costruzione del polo. Si è posto il vincolo a 10^{-5} m², area per la quale il campo al traferro comincia ad essere interessante (sopra i 10 mT).

ALGORITMO DI RISOLUZIONE

Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II o **NSGA_II** : algoritmo evolutivo multi-obiettivo, basato sul principio dell'evoluzione darwiniana.

Step risolutivi:

<http://www.mathworks.it/matlabcentral/fileexchange/10429-nsga-ii-a-multi-objective-optimization-algorithm>

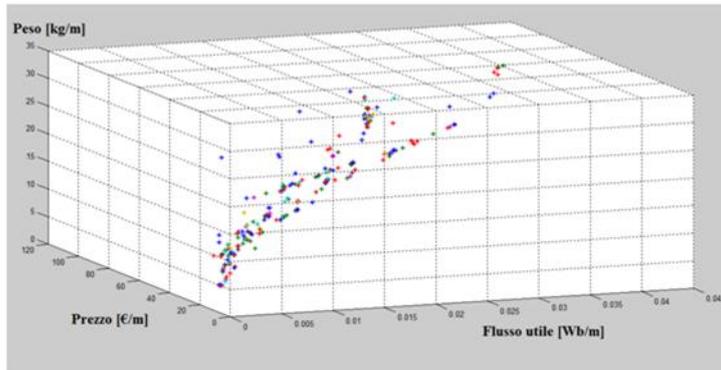
Crossover e mutation:

<http://www.slideshare.net/paskorn/rnsgaii-presentation>

A.A. 2012-2013

RISULTATI 3D NSGA_II(50,10)

- Si sono analizzati i risultati ottenuti da 50 individui per 10 generazioni.



A.A. 2012-2013

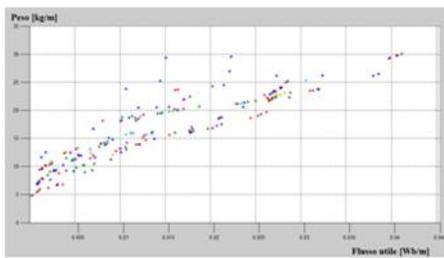
Il grafico rappresenta gli individui che per ogni generazione sono più “adatti all’ambiente” → vengono scelti per la riproduzione perché sono i migliori (survival of the fittest).

Si possono osservare due classi di elementi:

- quelli che delineano il fronte di Pareto;
- quelli che ne stanno al di fuori.

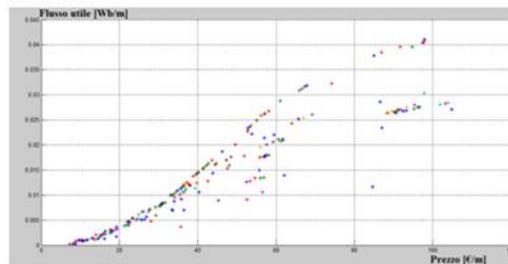
Questo avviene in quanto, di generazione in generazione, il fronte viene sempre meglio identificato.

Proiezioni 2D



Peso - Flusso

Flusso - Prezzo

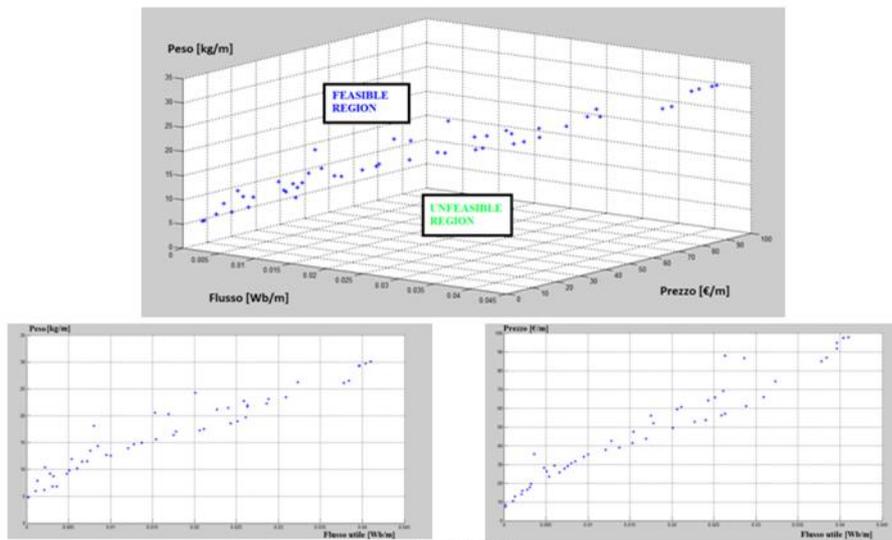


A.A. 2012-2013

Rappresentiamo il risultato precedente proiettato sui due piano 2D peso-flusso e flusso-prezzo.

L'aver tre funzioni obiettivo rende più complicata la visualizzazione del fronte di Pareto; le proiezioni, pur essendo più intuitive, danno una visualizzazione incompleta.

Fronte di Pareto



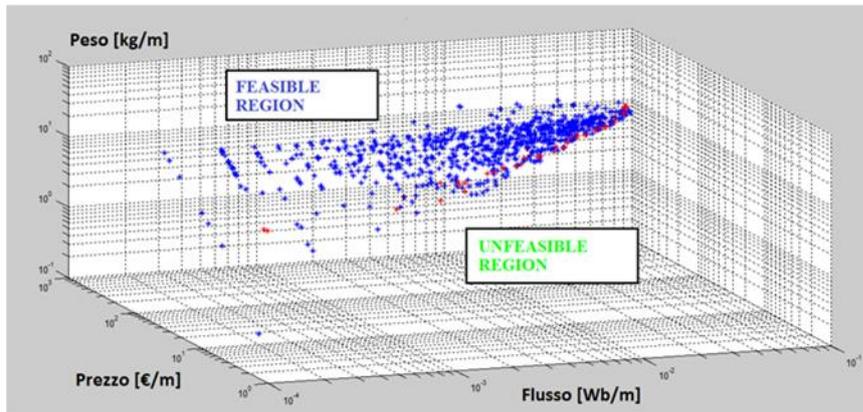
A.A. 2012-2013

OSSERVAZIONI

- Il fronte di Pareto ottenuto separa la zona di fattibilità da quella delle soluzioni non ottenibili;
- Muovendosi lungo il fronte di Pareto si incontrano soluzioni che privilegiano un certo obiettivo rispetto agli altri;
- Se aumenta il flusso utile, aumentano contemporaneamente il peso e il prezzo.

A.A. 2012-2013

Nuvola di 750 valori e fronte di Pareto



A.A. 2012-2013

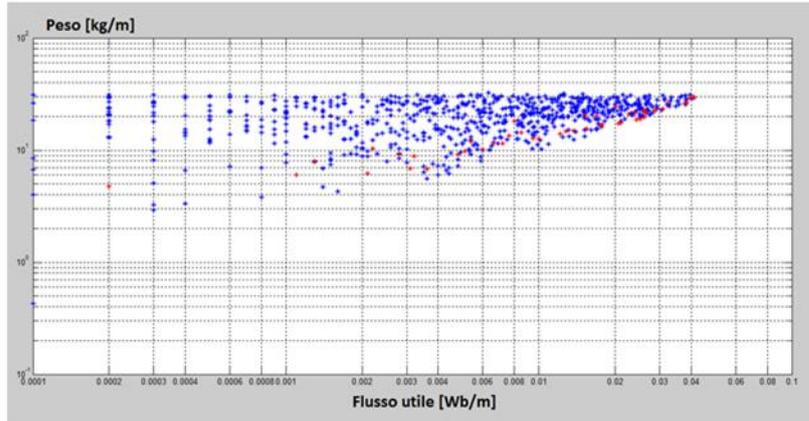
Abbiamo voluto simulare, generando con la funzione random di Matlab i valori per le quattro variabili decisionali, 750 possibili configurazioni che rispettino i vincoli imposti sulla geometria: si ottiene una nuvola di valori distribuita nello spazio 3D.

I punti rossi rappresentano l'ultima generazione ottenuta da NSGA_II; sovrapposti alla nuvola di valori, vanno effettivamente a delineare il fronte di Pareto.

I risultati sono rappresentati in scala logaritmica.

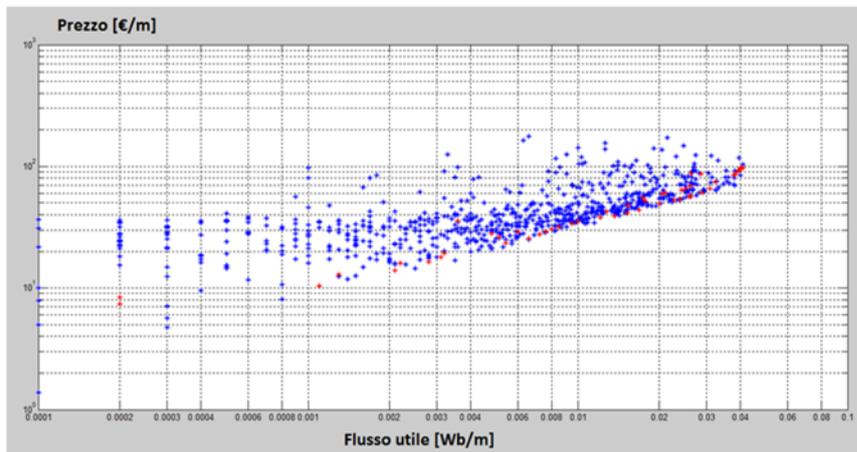
L'andamento verticale delle soluzioni relative a geometrie molto piccole, a cui corrisponde un flusso altrettanto piccolo, è dovuto all'approssimazione a 4 cifre decimali operata da Matlab sui risultati.

Nuvola di 750 valori e fronte di Pareto Proiezioni 2D Peso-Flusso



A.A. 2012-2013

Nuvola di 750 valori e fronte di Pareto Proiezioni 2D Prezzo-Flusso



A.A. 2012-2013

ANALISI EFFETTUATE

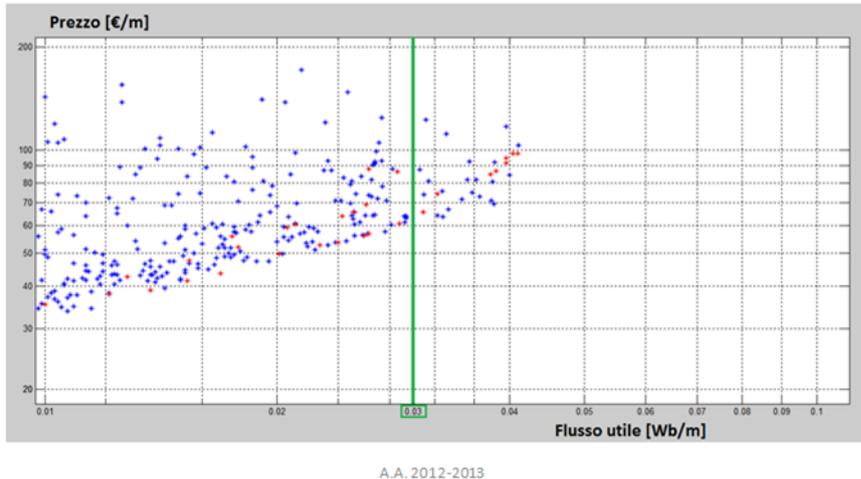
Si sono considerate separatamente determinate aree del fronte di Pareto:

- La parte alta, caratterizzata da un flusso utile elevato;
- La parte bassa, caratterizzata da un flusso utile minimo;
- La parte centrale, all'interno della quale si è effettuata la ricerca di una soluzione ottimale.

A.A. 2012-2013

ANALISI DELLA PARTE ALTA DEL FRONTE

Particolare del grafico prezzo-flusso utile



- Dalle soluzioni del fronte proiettate in 2D è evidente la relazione pressoché lineare tra le funzioni obiettivo prezzo e peso rispetto al flusso utile;
- Principalmente dal grafico prezzo-flusso, sembra che l'andamento lineare si modifichi per valori di flusso utile superiori a 0.03 Wb/m;
- I punti del fronte per cui il flusso utile supera questo valore sono 8;
- Lo stesso andamento è visibile anche nel grafico peso-flusso.

Punto	Flusso utile	Prezzo	Peso	Campo B al punto S
	Wb/m	€/m	kg/m	T
1	0.0309	65.95	23.47	1.775
2	0.0323	74.25	26.22	1.872
3	0.0378	85.05	26.14	1.947
4	0.0384	86.98	26.48	1.975
5	0.0396	91.71	29.26	2.085
6	0.0396	94.79	29.33	2.094
7	0.0404	97.53	29.75	2.111
8	0.0410	97.85	30.06	2.111

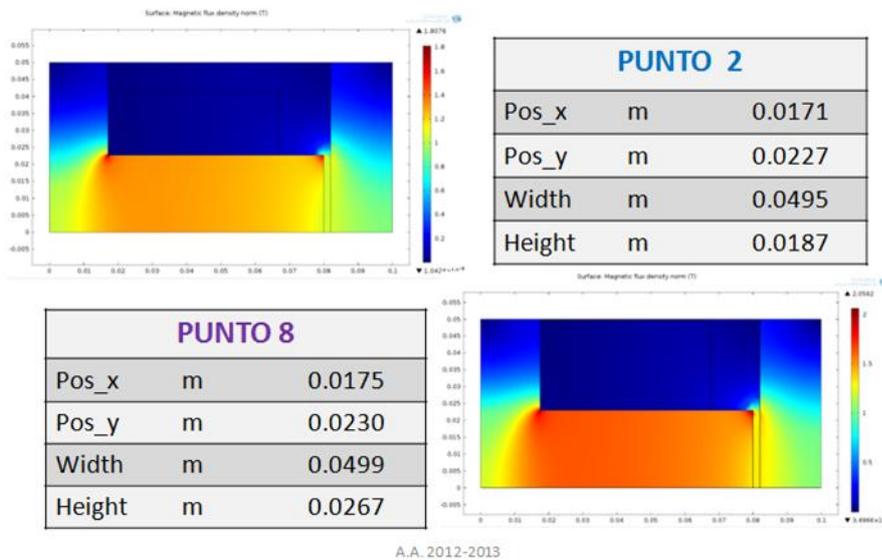
A.A. 2012-2013

Gli otto punti sono ordinati in funzione del flusso utile.

Il punto S è posto 0.1mm al di sotto e a sinistra dello spigolo interno dell'avvolgimento (vedi pag. 12 "Tutorial on Magnetic Diffusion").

- I valori di campo al punto S sono tutti superiori al valore di induzione magnetica del ginocchio della curva di prima magnetizzazione;
- Le configurazioni nella zona di flusso utile massimo sono caratterizzate anche dai massimi valori di prezzo e peso;
- E' prevedibile che il polo e l'avvolgimento occupino tutto lo spazio disponibile.

ESEMPI DI CONFIGURAZIONI



Le configurazioni mostrate presentano:

Un avvolgimento molto grande → Una corrente intensa → Un flusso magnetico elevato → Un campo di induzione magnetica al punto S alto.

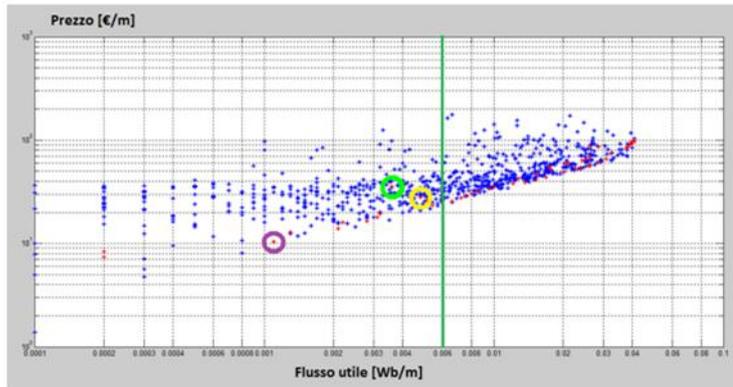
Le configurazioni in analisi provocano la saturazione del materiale ferromagnetico; quindi non devono essere considerate, in quanto:

- il materiale ferromagnetico è sovrautilizzato;
- un guadagno in termini di flusso utile non giustifica il corrispondente aumento di prezzo del polo.

Il flusso di concatenamento massimo ottenibile sarà quindi circa: 30 mWb/m.

ANALISI PARTE BASSA DEL FRONTE

Area del grafico prezzo-flusso utile considerata, con evidenziati i tre punti in analisi.

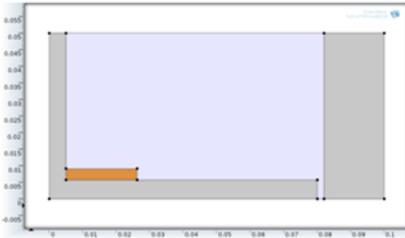


A.A. 2012-2013

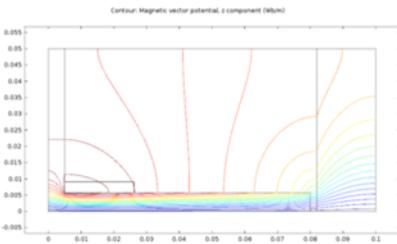
La zona bassa del fronte è costituita da punti piuttosto isolati, caratterizzati da un flusso utile molto basso: inferiore a 6 mWb/m.

Ci si aspetta che non siano configurazioni utilizzabili per la costruzione di un polo magnetico; come verifica si sono scelti tre punti.

PUNTO VIOLA



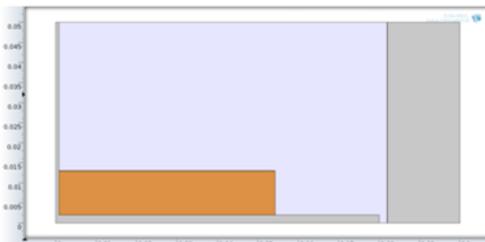
Area avv.	m ²	$7.2 * 10^{-5}$
Corrente	kA	0.144
Flusso utile	Wb/m	0.0011
Flusso disperso	Wb/m	$5.3 * 10^{-4}$
% flusso disperso	%	32.5%
B(S)	T	0.408



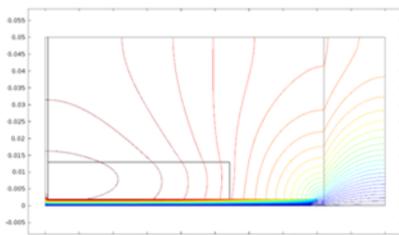
La corrente non è sufficiente a magnetizzare il materiale.

A.A. 2012-2013

PUNTO VERDE



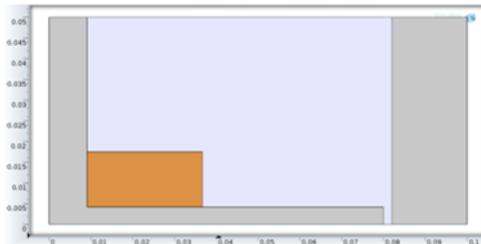
Area avv.	m ²	$5.88 * 10^{-4}$
Corrente	kA	1.177
Flusso utile	Wb/m	0.0036
Flusso disperso	Wb/m	0.00108
% flusso disperso	%	23%
B(S)	T	1.784



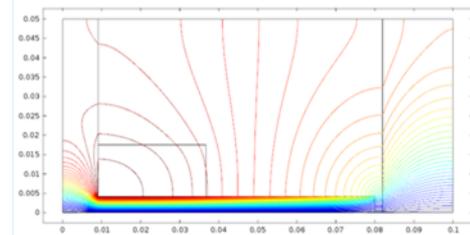
Un polo magnetico con degli spessori di materiale ferromagnetico così ridotti risulta troppo fragile e soggetto a vibrazioni.

A.A. 2012-2013

PUNTO GIALLO



Area avv.	m ²	3.67 * 10 ⁻⁴
Corrente	kA	0.734
Flusso utile	Wb/m	0.0048
Flusso disperso	Wb/m	0.00288
% flusso disperso	%	37.5%
B(S)	T	1.443

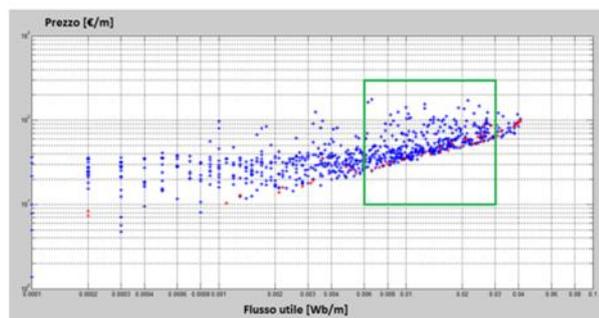


La percentuale di flusso disperso è troppo elevata, quindi l'accoppiamento tra gli avvolgimenti di rotore e statore non è efficiente.

A.A. 2012-2013

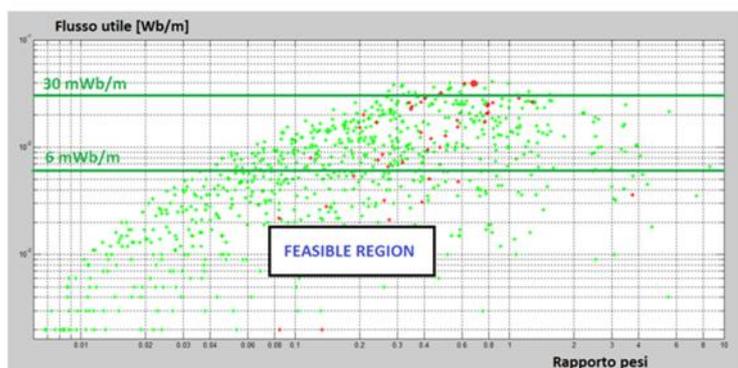
ANALISI PARTE CENTRALE DEL FRONTE

Avendo escluso gli estremi superiore e inferiore del fronte, la zona di ricerca della soluzione ottima risulta limitata alla parte centrale del fronte.



A.A. 2012-2013

ZONA DI CONCENTRAZIONE dei punti di ottimo in funzione del rapporto pesi



$$\text{Rapporto pesi} = \frac{\text{PesoRame}}{\text{PesoFerro}}$$

A.A. 2012-2013

Si è rappresentato il fronte di Pareto in un grafico **flusso - rapporto pesi** in modo da analizzare in che rapporto ferro e rame stanno tra loro nelle soluzioni ottime.

Si è limitata la fascia di interesse inferiormente e superiormente.

È evidente la zona di fattibilità della nuvola di valori (rappresentata in verde), che può essere divisa in zone:

- Zona con rapporto pesi basso: qui la quantità di ferro è molto maggiore di quella del rame, che non è sufficiente a generare un flusso elevato;
- Zona con rapporto pesi alto: il rame prevarica il ferro, quindi si avrà un flusso grande in tutto il polo, limitato dal fatto che il materiale ferromagnetico lavora in saturazione con minore efficacia della geometria;

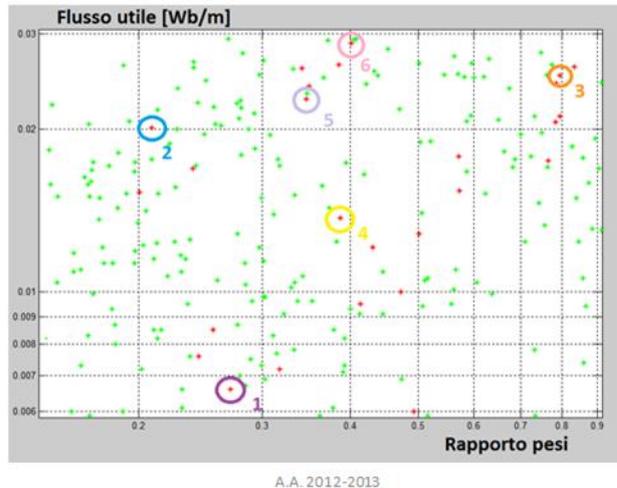
- Zona di massimo della curva, in cui sono concentrati i punti del fronte di Pareto che lavorano in saturazione (precedentemente analizzati).

I punti nella fascia di interesse sono concentrati nella zona centrale, in cui il rapporto pesi va da circa 0.13 a circa 0.9.

Si conclude che è importante avere una certa quantità di ferro rispetto al rame per:

- avere una buona concatenazione del flusso tra rotore e statore;
- sfruttare correttamente il materiale ferromagnetico.

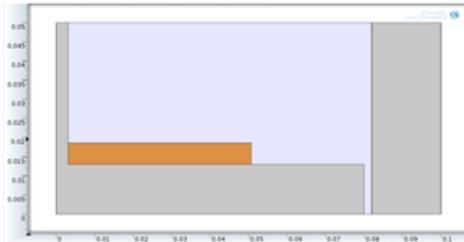
Si prendono ora in considerazione alcuni dei punti del fronte di Pareto appartenenti alla zona di scelta determinata.



Si osserva che:

- Anche nell'area indicata per la scelta possono esserci delle geometrie non ottimali per lo sfruttamento del materiale ferromagnetico;
- Analizzando un buon numero di geometrie la maggioranza presenta un avvolgimento distribuito in lunghezza sul polo; dal punto di vista costruttivo, questa configurazione ha dei vantaggi.

PUNTO 1

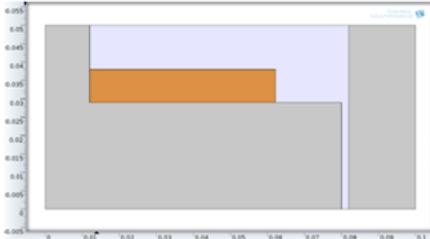


Area avv.	m ²	2.66 * 10 ⁻⁴
Corrente	kA	0.533
Flusso utile	Wb/m	0.0066
Flusso disperso	Wb/m	0.00125
% flusso disperso	%	15.9%
B(P)	T	0.32
B(S)	T	0.93
Peso	kg/m	11.43
Prezzo	€/m	25.77

Il materiale ferromagnetico è sotto-sfruttato per le dimensioni troppo ridotte dell'avvolgimento.

A.A. 2012-2013

PUNTO 2



Area avv.	m ²	4.52 * 10 ⁻⁴
Corrente	kA	0.903
Flusso utile	Wb/m	0.02
Flusso disperso	Wb/m	0.00419
% flusso disperso	%	17.3%
B(P)	T	0.54
B(S)	T	1.49
Peso	kg/m	24.28
Prezzo	€/m	49.59

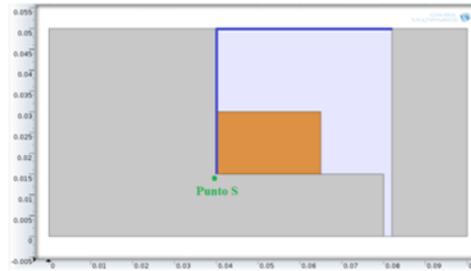
Le prestazioni sono buone, ma il peso è abbastanza elevato a causa della grande quantità di materiale ferromagnetico.

A.A. 2012-2013

LIMITE DEL MODELLO

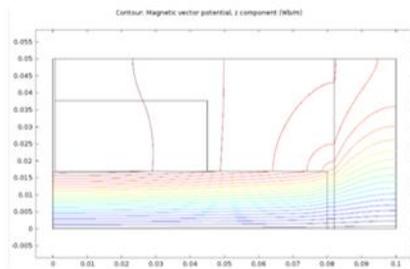
- Per valori di pos_x prossimi a 0, la geometria del modello e la condizione di Neumann imposta entrano in conflitto;
- Questo porta a delle valutazioni falsate di:

- Flusso disperso;
- Campo di induzione magnetica in prossimità del vertice.



A.A. 2012-2013

PUNTO 3 (prima)



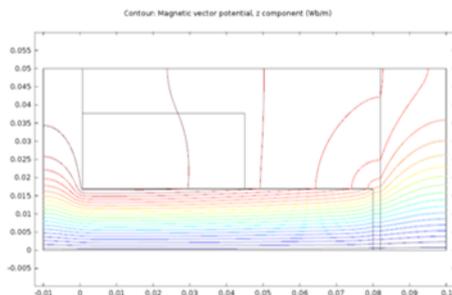
pos_x = 0.0007 m

Le prestazioni dal punto di vista elettromagnetico sono apparentemente ottimali.

A.A. 2012-2013

Area avv.	m ²	9.21 * 10 ⁻⁴
Corrente	kA	1.843
Flusso utile	Wb/m	0.0251
Flusso disperso	Wb/m	0.00321
% flusso disperso	%	11.3%
B(P)	T	1.008
B(S)	T	1.554
Peso	kg/m	19.01
Prezzo	€/m	65.71

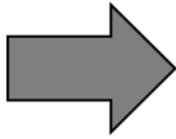
PUNTO 3 (dopo)



Area avv.	m ²	9.21 * 10 ⁻⁴
Corrente	kA	1.843
Flusso utile	Wb/m	0.0251
Flusso disperso	Wb/m	0.00652
% flusso disperso	%	20.7%
B(P)	T	1.008
B(S)	T	1.894

Ampliando la geometria del modello il materiale ferromagnetico lavora in saturazione, quindi questa configurazione va scartata.

A.A. 2012-2013

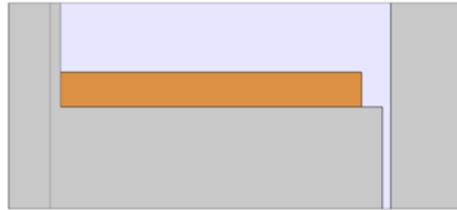


A valle di queste osservazioni, per evitare risultati falsati dai limiti del modello, si sceglie di ampliare sempre di 1 cm il dominio del rotore.

Si analizzano ora due punti appartenenti alla zona alta e centrale del grafico flusso utile - rapporto pesi.

A.A. 2012-2013

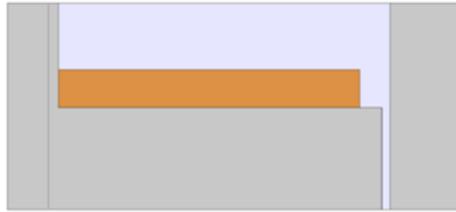
PUNTO 5



Area avv.	m ²	6.09* 10 ⁻⁴
Corrente	kA	1.218
Flusso utile	Wb/m	0.024
Flusso disperso	Wb/m	0.00507
% flusso disperso	%	17.4%
B(P)	T	0.728
B(S)	T	1.78
Peso	kg/m	21.52
Prezzo	€/m	53.75

A.A. 2012-2013

PUNTO 6



Area avv.	m ²	6.66* 10 ⁻⁴
Corrente	kA	1.332
Flusso utile	Wb/m	0.0263
Flusso disperso	Wb/m	0.00525
% flusso disperso	%	16.7%
B(P)	T	0.796
B(S)	T	1.65
Peso	kg/m	21.98
Prezzo	€/m	57.06

A.A. 2012-2013

- Il punto di lavoro del materiale ferromagnetico in queste soluzioni si trova in prossimità del ginocchio;
- Il flusso utile è grande;
- La percentuale di flusso disperso è minore di quella delle geometrie analizzate in precedenza;
- Non si hanno macchine eccessivamente costose.

Si osserva che in queste soluzioni il rapporto tra il peso del rame e quello del ferro vale circa 0.4; questo conferma che è importante avere una certa quantità di ferro rispetto al rame.

A.A. 2012-2013

SCELTA FINALE

Dal punto di vista elettromagnetico le configurazioni 5 e 6 potrebbero essere considerate le più favorevoli nella progettazione di un polo magnetico;

Tuttavia la scelta di una geometria ottima non è univoca:

accanto alle osservazioni elettromagnetiche, sono necessarie, ad esempio, valutazioni di tipo termico, meccanico e logistico.

A.A. 2012-2013

Bibliografia:

- Di Barba P., Savini A. e Wiak S., *Field Models in Electricity and Magnetism*, Springer, 2008;
- *Comsol 4.3 User's guide: AC/DC Module*, 2012;
- *Matlab Central: NSGA - II: A multi-objective optimization algorithm* (<http://www.mathworks.it/matlabcentral/fileexchange/10429-nsga-ii-a-multi-objective-optimization-algorithm>)
- Seshadri A., *A fast elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA_II*.