Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di

Principi e Applicazioni di

Elettrotecnica

Circuiti magnetici

Dipartimento di Ingegneria Elettrica

www.unipv.it/electric/cad

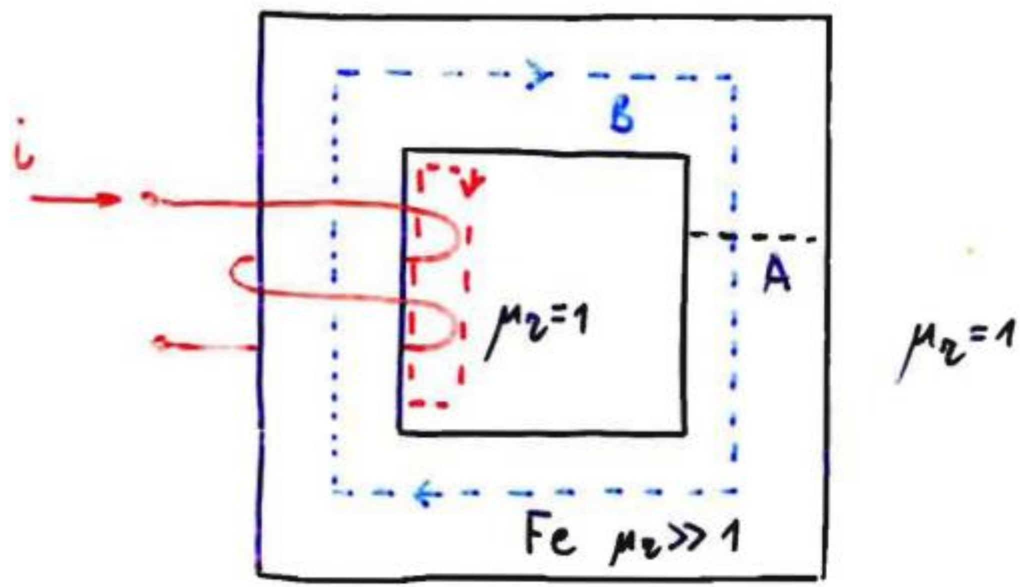
Circuito magnetico

- **Che cos'è?**

Si definisce circuito magnetico un tubo di flusso del vettore induzione magnetica **B**, ovvero un volume la cui superficie laterale ha per tangente in ciascun punto il vettore **B**.

Il volume può essere troncato da due superfici normali all'asse del tubo (tronco di tubo di flusso).

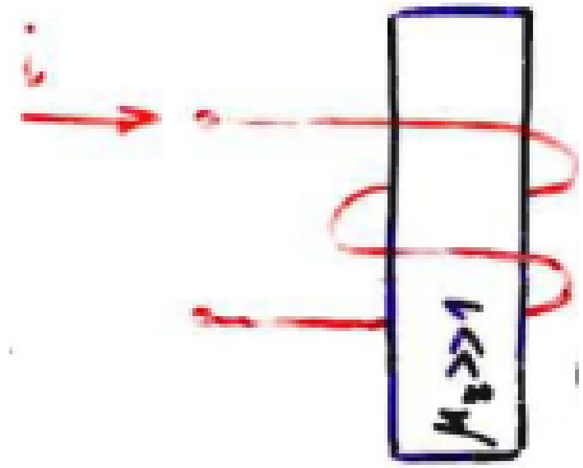
Circuito magnetico

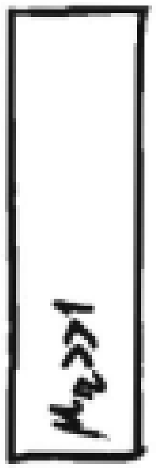


La figura soprastante mostra un CIRCUITO MAGNETICO ATTIVO CHIUSO, dove la linea di mezzeria, tratteggiata in azzurro, rappresenta una linea di flusso (di campo).

Circuito magnetico

DUE PROTOTIPI DI BIPOLO MAGNETICO





La figura a sinistra mostra un circuito magnetico aperto ATTIVO (ovvero che porta sorgenti del campo), mentre la figura a destra mostra un circuito magnetico aperto PASSIVO (ovvero che non porta sorgenti del campo).

Circuito magnetico

Consideriamo un CIRCUITO CHIUSO ATTIVO.
Introduciamo le seguenti ipotesi:

- Struttura omogenea (un solo materiale ferromagnetico di permeabilità μ_r)

- Sezione “A” costante

- L’avvolgimento è un FOGLIO DI CORRENTE (un singolo strato di spire avvolte di spessore infinitesimo)

- Linee di flusso (di campo) uniformemente distribuite

Circuito magnetico

Presa una linea di campo in corrispondenza della mezzeria del nucleo ferromagnetico (di lunghezza *ℓ)* è possibile calcolare la circuitazione del vettore **H** nel seguente modo:

$$\oint_{\ell} \overline{\mathrm{H}} \cdot \overline{\mathrm{t}}\, \mathrm{d}\ell = \mathrm{NI} = \int_{\ell} \mathrm{H d}\ell = \int_{\ell} \frac{\mathrm{B}}{\mu} \mathrm{d}\ell =$$

$$\int_{\ell} \frac{\Phi}{\mathrm{A}} \frac{1}{\mu} \mathrm{d}\ell = \Phi \int_{\ell} \frac{1}{\mathrm{A}\mu} \mathrm{dl} = \Phi \frac{\ell}{\mathrm{A}\mu}$$

$$\mathrm{M} = \mathrm{NI} = \Phi \frac{\ell}{\mathrm{A}\mu}$$

con $\mu = \mu_0 \mu_r$

Circuito magnetico

L'ultima relazione:

$$\mathbf{M} = \mathbf{NI} = \mathbf{\Phi}\frac{\ell}{\mathbf{A\mu}}$$

rappresenta la LEGGE DI HOPKINSON (ovvero l'equivalente della legge di Ohm per i circuiti magnetici), dove:

$$\Re = \frac{\ell}{A\mu}$$

viene definita RILUTTANZA del circuito magnetico e si misura in H^{-1} (base Φ).

In maniera duale si ha: $$\mathbf{\Phi} = \mathbf{M\Lambda}$$

dove $$\Lambda = \frac{A\mu}{\ell}$$

è la PERMEANZA del circuito magnetico e si misura in H (base M).

Circuito magnetico

ANALOGIE FRA:

Circuiti elettrici	Circuiti magnetici
Legge di Ohm	Legge di Hopkinson
$E = RI$	$M = \Re\Phi$
$A = GV$	$\Phi = \Lambda M$
E (V)	M
A (I)	Φ
R	$\Re$
σ conducibilità	μ permeabilità

Circuito magnetico

DIFFERENZE

$$\frac{\mu_{FERROMAGNETICO}}{\mu_{AMAGNETICO}} << \frac{\sigma_{CONDUTTORE}}{\sigma_{ISOLANTE}}$$

L’approssimazione di circuito magnetico non è più valida quando le linee di flusso di **B** non sono concentrate nel materiale ferromagnetico (“isolamento” magnetico più scadente di quello elettrico).

Circuito magnetico

Inoltre nel materiale ferromagnetico:

$\mu_r = \mu_r (H)$ la permeabilità dipende da H in maniera NON LINEARE

mentre nel materiale conduttore:

$\sigma = \sigma_o$ la conducibilità è costante

Circuito magnetico

Per la RISOLUZIONE DEI CIRCUITI MAGNETICI, valgono i principi già visti per i circuiti elettrici, tenendo presente che quelli magnetici possono essere non lineari. In generale valgono:

- per circuito magnetico con nodi e maglie:

$$\sum_{i} \Phi_i = 0 \qquad \text{KCL}$$

$$\sum_{j} U_j = 0 \qquad \text{KVL} \qquad (\text{U caduta di "tensione magnetica"})$$

- per circuito magnetico aperto attivo:

$$U = M + \Re\Phi$$

- per circuito magnetico aperto passivo:

$$U = \Re\Phi$$

Circuito magnetico

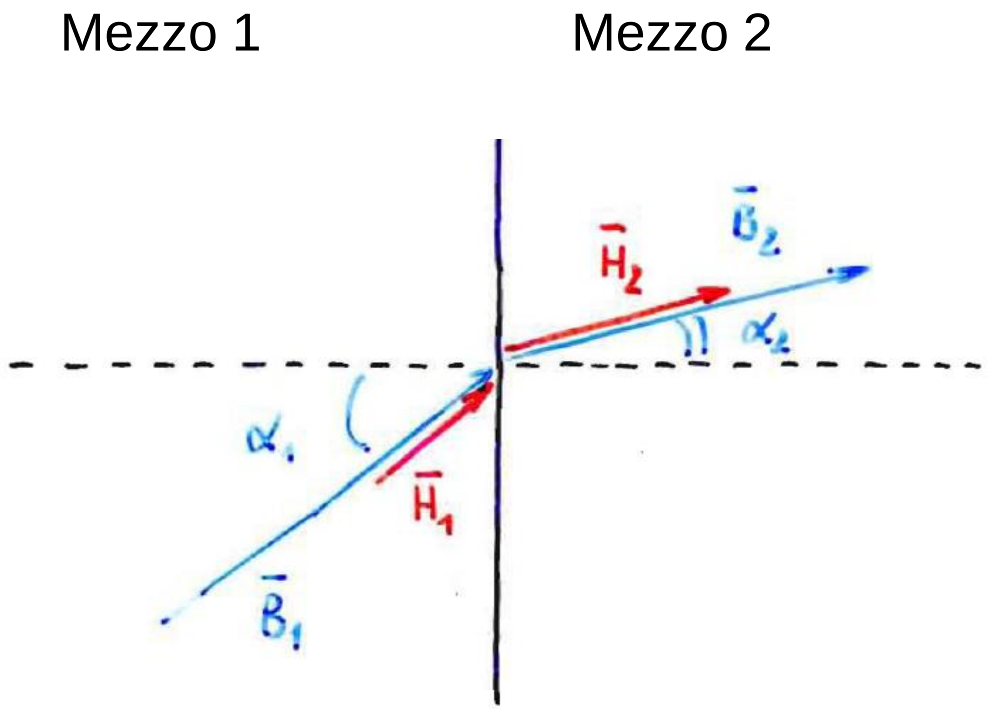
RIFRAZIONE DELLE LINEE DI FORZA
del campo al bordo fra due mezzi omogenei
di diversa permeabilità (μ_1,μ_2)

In assenza di correnti all'interfaccia, si ha:

1) $\mathbf{B_1}$ e $\mathbf{B_2}$ hanno uguale componente normale al bordo

2) $\mathbf{H_1}$ e $\mathbf{H_2}$ hanno uguale componente tangenziale al bordo

Circuito magnetico



$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

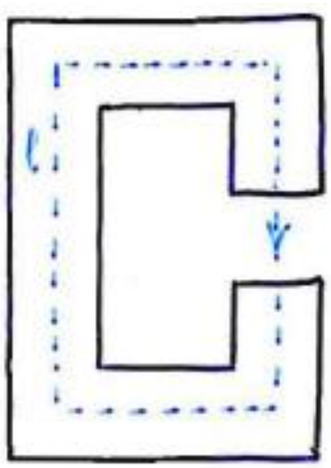
Legge di rifrazione delle linee di forza

Circuito magnetico

MAGNETE PERMANENTE

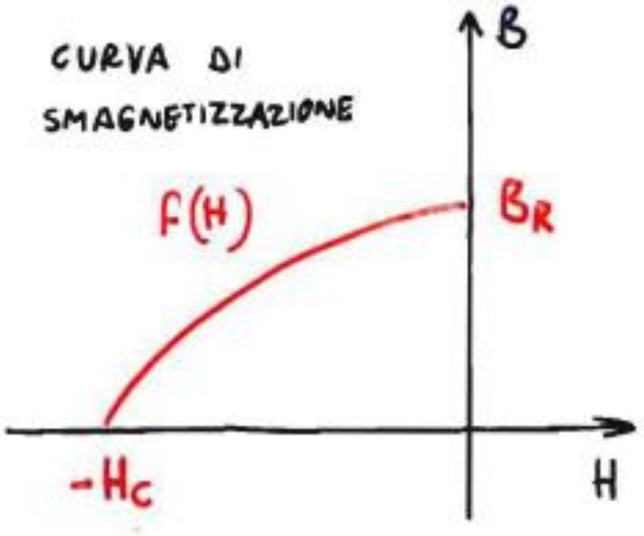
E’ un materiale ferromagnetico caratterizzato da un’ induzione residua (di natura microscopica) in assenza di forze magnetomotrici applicate.

IPOTESI: tubo di flusso



Polo N

Polo S



Circuito magnetico

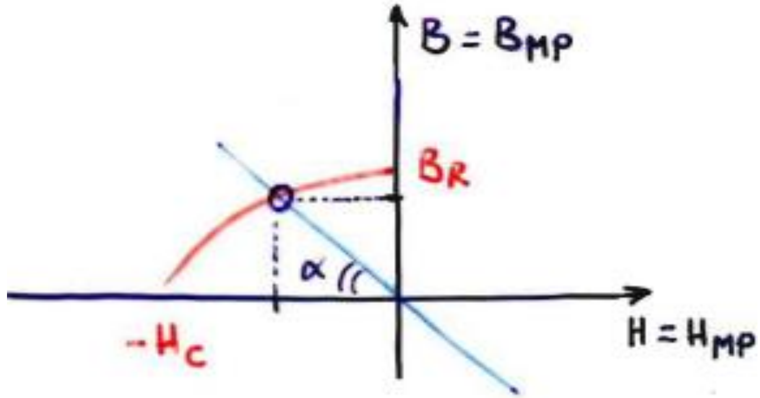
- Calcolo del punto di lavoro nel piano (B,H)

$$NI = 0 = \oint_{\ell} H \cdot t \, d\ell = H_{MP}\,\ell_{MP} + H_{Aria}\,\ell_{Aria}$$

All' interfaccia Aria-MP si ha per continuità: $B_{Aria} = B_{MP}$
da cui:

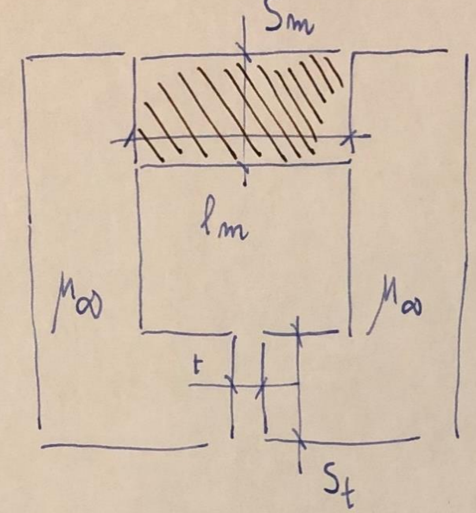
$$\mu_0 H_{Aria} = -\mu_0 H_{MP} \frac{\ell_{MP}}{\ell_{Aria}} = f\left(H_{MP}\right)$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = -\mu_0 \frac{\ell_{MP}}{\ell_{Aria}}$$



COROLLARIO: All'interno del magnete B e H sono antiparalleli!

Esempio 1: magnete permanente



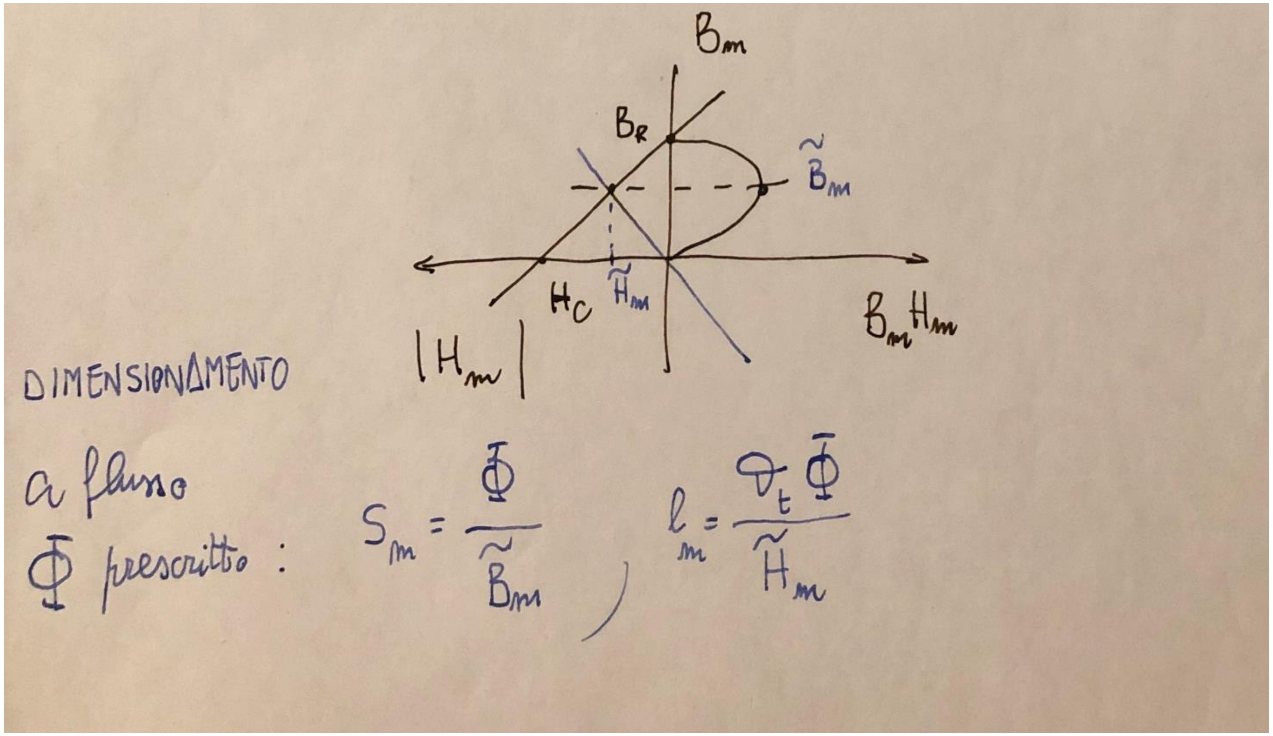
$H_t\, t = -H_m\, l_m$ Ampère

$$\begin{cases} \Phi_m = \Phi_t & \text{tubo di flusso} \\ B_m S_m = B_t S_t \end{cases}$$

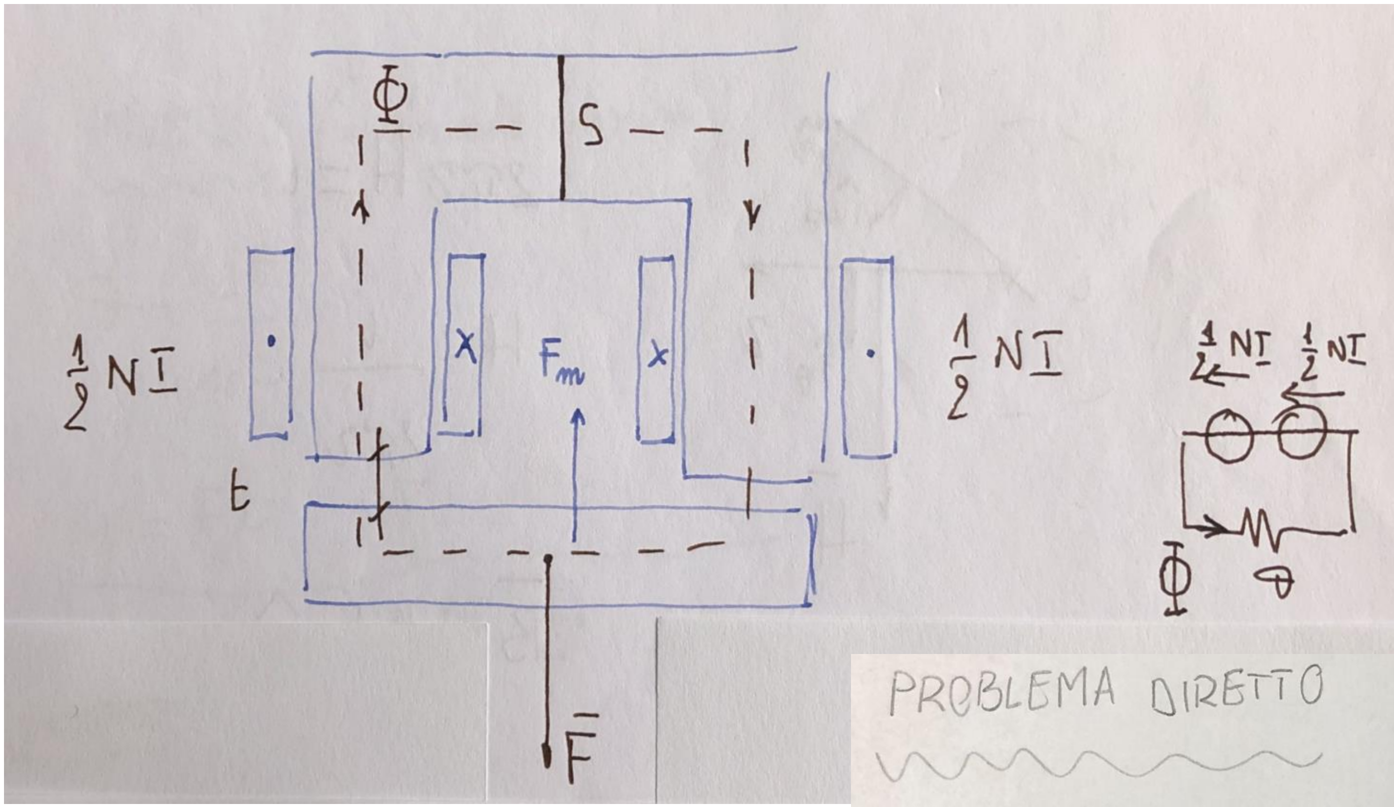
$$B_m S_m |H_m| l_m = B_t S_t H_t t$$

$$\frac{1}{2} \underbrace{\left(B_m |H_m|\right)}_{max} \underbrace{S_m l_m}_{min} = \frac{1}{2} B_t H_t S_t t$$

Esempio 1: magnete permanente



Esempio 2: elettromagnete



PROBLEMA DIRETTO

Dal circuito magnetico

$$\Phi = \frac{NI}{\theta}, \quad \theta = \frac{2t}{\mu_0 S}$$

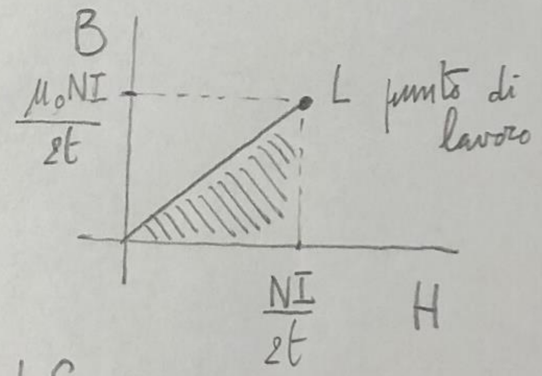
$$B = \frac{\Phi}{S} = \mu_0 \frac{NI}{2t}$$

$$H = \mu_0^{-1} B = \frac{NI}{2t}$$

Esempio 2: elettromagnete

area del triangolo

$\frac{1}{2} BH$ = energia per unità di volume



↓

energia $\mathcal{E} = \frac{1}{2} BH \cdot V = \frac{1}{2} BH \cdot 2t\, S =$

$$= \frac{1}{4} \mu_0 \frac{(NI)^2}{t} S$$

Il sistema sviluppa lavoro meccanico ed energia interna a spese di lavoro elettrico.

Principio dei lavori virtuali: $F_m \, dt = d\mathcal{E}$

$$F_m = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\mu_0 \frac{(NI)^2}{4t^2} S$$

Esempio 2: elettromagnete

INVERSO (spostamento massimo)

$$\vartheta = \frac{2t}{\mu_0 S}$$

$$W = Ft \quad , \quad V = 2St$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} BHV = \frac{B^2}{2\mu_0} 2St = W}$$

$$\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} 2St = \frac{B^2}{2\mu_0} 2St$$

$$\frac{B^2}{\cancel{2}\mu_0} \cancel{2} S \cancel{t} = F \cancel{t}$$

$$F = \mu_0^{-1} B^2 S \quad , \quad B = \sqrt{\mu_0 \frac{F}{S}}$$

$$\Phi = BS = \sqrt{\mu_0 FS}$$

$$NI = \vartheta \Phi = 2t\sqrt{F(\mu_0 S)^{-1}}$$