Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di Principi e Applicazioni di Elettrotecnica

Circuiti elettrici 2

Dipartimento di Ingegneria Elettrica

www.unipv.it/electric/cad

- **ANALISI DI CIRCUITI ELETTRICI**

Noto il funzionamento e la connessione tra i bipoli, determinare V e I per ciascun bipolo

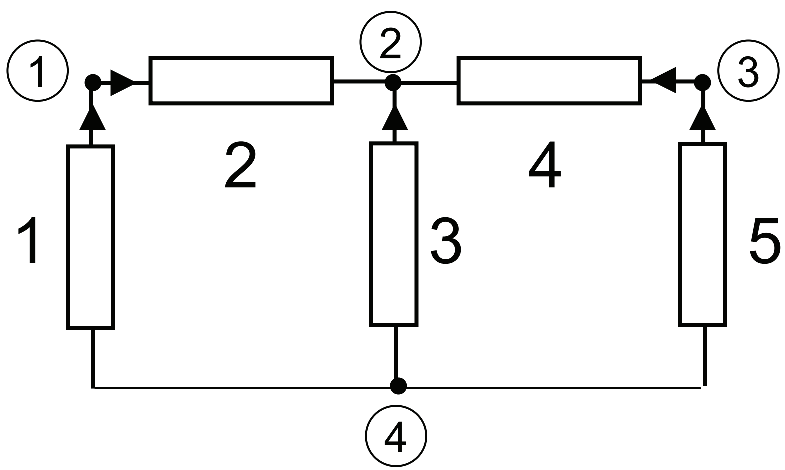
CIRCUITO LINEARE: tutti i bipoli sono lineari

CIRCUITO NON LINEARE: almeno un bipolo è non lineare

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI**

Sono sviluppati per circuiti in regime stazionario, valgono anche per circuiti in regime quasi stazionario

Esempio: dato il circuito



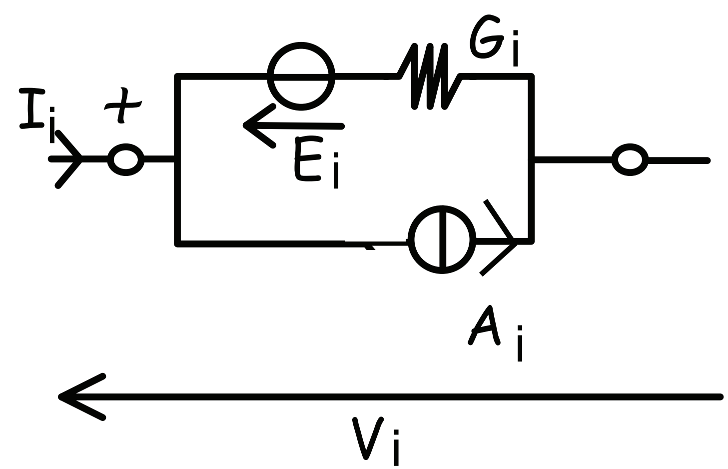
Si contano e si numerano nodi e lati: $n = 4$, $\ell=5$

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

Incognite: $2\ \ell$ (V_i, I_i per i-esimo lato)

Equazioni: ℓ (OL, equazioni di Ohm)

Legge di Ohm per il generico bipolo (base tensione)



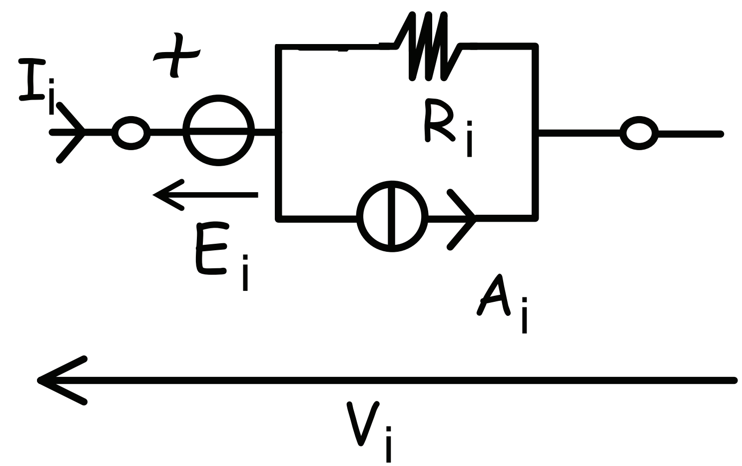
$$I_i = A_i + G_i\,(V_i - E_i)$$

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

oppure

Legge di Ohm per il generico bipolo (base corrente)

$V_i = E_i + R_i\ (I_i - A_i)$



Le ℓ equazioni sono linearmente indipendenti

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

Equazioni

n KCL

$\sum I_i = 0$ nell'esempio n = 4

m+1 KVL

$\sum V_i = 0$ nell'esempio m+1 = 3

KCL+KVL

⇩

equazioni di congruenza

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

BILANCIO

$\boxed{m = \ell - n + 1}$

Incognite: 2ℓ (nell'esempio 10)

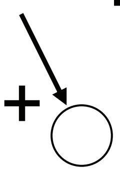
Equazioni: $\ell + n + m + 1 = 2\ell + 2$ (nell'esempio 5+4+2+1 = 12)

Le equazioni di congruenza sono linearmente indipendenti?

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

  KCL

  Le n KCL sono linearmente dipendenti

+ 

nodi

$$
\begin{array}{clllllr}
1 & +I_1 & -I_2 & & & & = 0 \\
2 & & +I_2 & +I_3 & +I_4 & & = 0 \\
3 & & & & -I_4 & +I_5 & = 0 \\
4 & -I_1 & & -I_3 & & -I_5 & = 0
\end{array}
$$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle n KCL dà identità = 0

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

KCL

n – 1 KCL sono linearmente indipendenti

- Ogni KCL per ogni nodo <= n – 1 introduce la corrente I di almeno un lato nuovo

$\Downarrow$

La combinazione lineare di n – 1 KCL è $\neq 0$

$\Downarrow$

n – 1 KCL sono linearmente indipendenti

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

KVL

Le m+1 KVL sono linearmente dipendenti

+	1-2-3	$-V_1$	$-V_2$	$+V_3$			$= 0$
maglie	3-4-5			$-V_3$	$+V_4$	$+V_5$	$= 0$
+	1-2-4-5	$+V_1$	$+V_2$		$-V_4$	$-V_5$	$= 0$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle m+1 KVL fornisce una identità ovvero una equazione già scritta

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)**

KVL

$m = \ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti

➢ Ogni KVL per ogni maglia interna $<= \ell - n + 1$ introduce la tensione V di almeno un lato nuovo

$\Downarrow$

La combinazione lineare di $\ell - n + 1$ KVL è $\neq 0$

$\Downarrow$

$\ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti

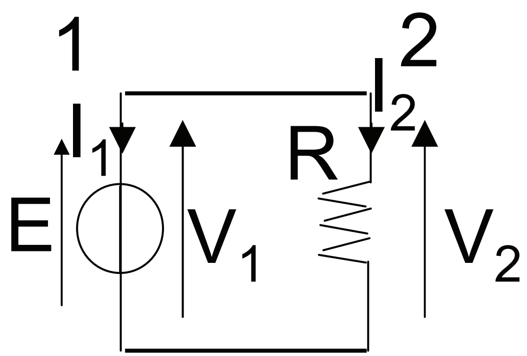
- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE SISTEMATICO)**

Complessivamente

$$[H]\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} = [D] = \begin{bmatrix} E \\ A \end{bmatrix}$$

Se det [H] $\neq$ 0 **il problema è ben posto** e ammette **una e una sola soluzione,** indipendentemente da [D]

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE SISTEMATICO)**



OL: $V_1 = E$ KVL: $V_1 = V_2$

$V_2 = R\,I_2$ KCL: $I_1 = -I_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

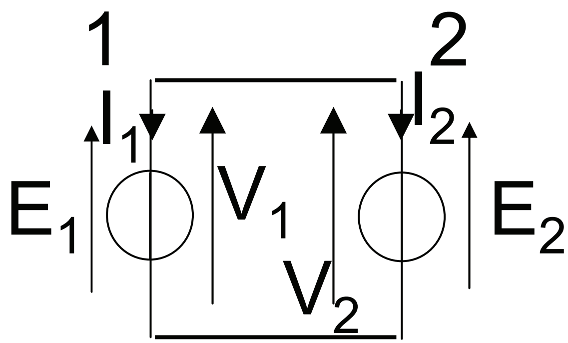
det [H] = R

$R > 0$ det $[H] \neq 0$

$R = 0$ det $[H] = 0$

$I_2 \rightarrow \infty$, nessuna soluzione finita

- **METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE SISTEMATICO)**



OL: $V_1 = E_1$

$V_2 = E_2$

KVL: $V_1 = V_2$

KCL: $I_1 = -I_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

det [H] = 0

$\Downarrow$

nessuna soluzione
o infinite soluzioni