



Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di Teoria dei Circuiti

Circuiti elettrici 2



■ ANALISI DI CIRCUITI ELETTRICI

Noto il funzionamento e la connessione tra i bipoli, determinare V e I per ciascun bipolo

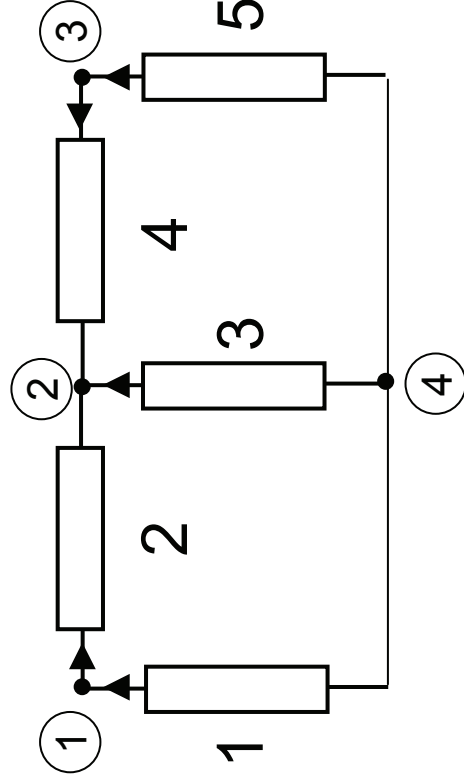
CIRCUITO LINEARE: tutti i bipoli sono lineari

CIRCUITO NON LINEARE: almeno un bipolo è non lineare

■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI

Sono sviluppati per circuiti in regime stazionario, valgono anche per circuiti in regime quasi stazionario

Esempio: dato il circuito



Si contano e si numerano nodi e lati: $n = 4$, $\ell = 5$



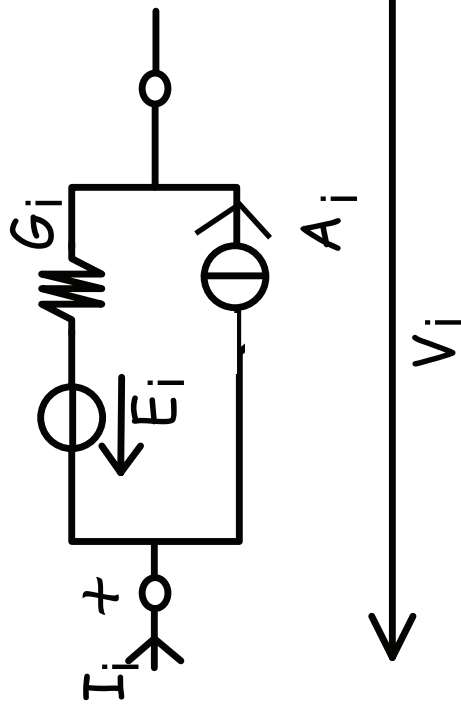
■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

Incognite: 2 ℓ (V_i , I_i per i-esimo lato)

Equazioni: ℓ (OL, equazioni di Ohm)

Legge di Ohm per il
generico bipolo
(base tensione)

$$I_i = A_i + G_i (V_i - E_i)$$



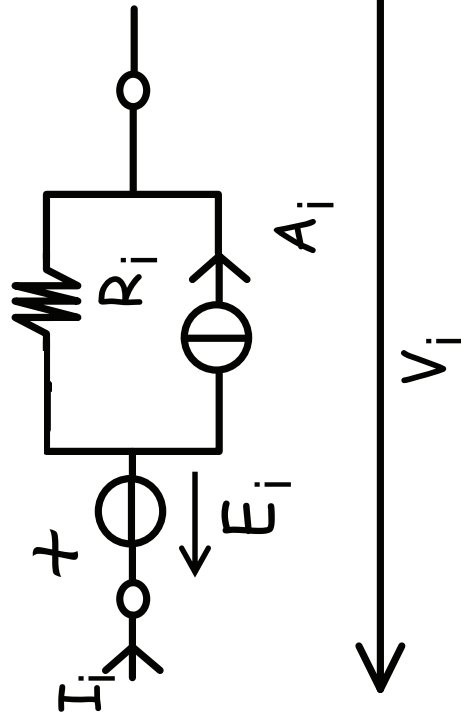


■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

oppure

Legge di Ohm per il
generico bipolo
(base corrente)

$$V_i = E_i + R_i (I_i - A_i)$$



Le equazioni sono linearmente indipendenti



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

Equazioni

n KCL

$$\sum I_i = 0$$

nell'esempio $n = 4$

m+1 KVL

$$\sum V_i = 0$$

nell'esempio $m+1 = 3$

KCL+KVL



equazioni di
congruenza



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

BILANCIO

$$m = \ell - n + 1$$

Incognite: 2ℓ (nell'esempio 10)

Equazioni: $\ell + n + m + 1 = 2\ell + 2$ (nell'esempio $5 + 4 + 2 + 1 = 12$)

Le equazioni di congruenza sono linearmente indipendenti?



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE) **KCL**

Le n KCL sono linearmente dipendenti

	①	$+I_1$	$-I_2$	$= 0$	
nodi	②	$+I_2$	$+I_3$	$+I_4$	$= 0$
	③		$-I_4$	$+I_5$	$= 0$
	④	$-I_1$	$-I_3$	$-I_5$	$= 0$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle
 n KCL dà identità $= 0$



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KCL

$n - 1$ KCL sono linearmente indipendenti

➤ Ogni KCL per ogni nodo $\leq n - 1$ introduce la corrente I di almeno un lato nuovo



La combinazione lineare di $n - 1$ KCL è $\neq 0$



$n - 1$ KCL sono linearmente indipendenti



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE) **KVL**

Le $m+1$ KVL sono linearmente dipendenti

$$\begin{array}{llllll} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ (+) \end{array} & 1-2-3 & -V_1 & -V_2 & +V_3 & = 0 \\ \text{maglie} & 3-4-5 & & & -V_3 & +V_4 & +V_5 & = 0 \\ \begin{array}{c} \curvearrowright \\ (+) \end{array} & 1-2-4-5 & +V_1 & +V_2 & -V_4 & -V_5 & = 0 \end{array}$$

Infatti la combinazione lineare (somma) delle $m+1$ KVL fornisce una identità ovvero una equazione già scritta



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE)

KVL

$m = \ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti

➤ Ogni KVL per ogni maglia interna $\leq \ell - n + 1$ introduce la tensione V di almeno un lato nuovo



La combinazione lineare di $\ell - n + 1$ KVL è $\neq 0$



$\ell - n + 1$ KVL sono linearmente indipendenti



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE E SISTEMATICO)

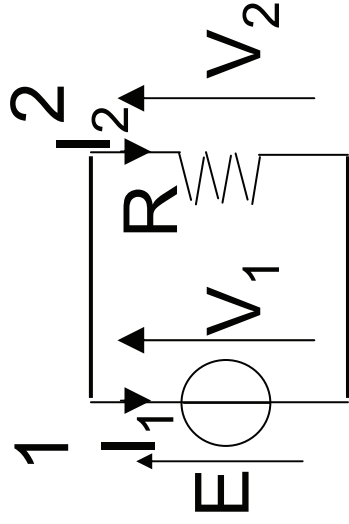
Complessivamente

$$[H] \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} = [D] = \begin{bmatrix} E \\ A \end{bmatrix}$$

Se $\det [H] \neq 0$ il problema è ben posto e ammette una e una sola soluzione, indipendentemente da $[D]$



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE E SISTEMATICO)



$$\text{OL: } V_1 = E \quad \text{KVL: } V_1 = V_2$$

$$V_2 = R I_2 \quad \text{KCL: } I_1 = -I_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det [H] = R$$

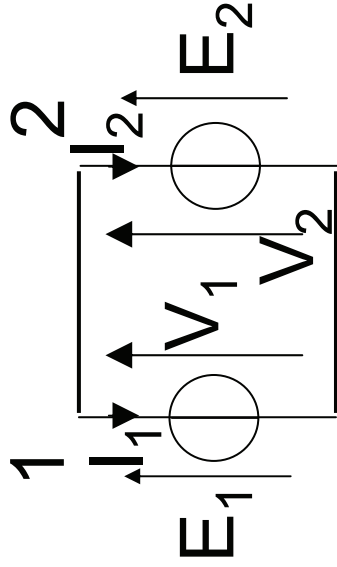
$$R > 0 \quad \det [H] \neq 0$$

$$R = 0 \quad \det [H] = 0$$

$I_2 \rightarrow \infty$, nessuna
soluzione finita



■ METODI DI ANALISI DEI CIRCUITI LINEARI (METODO GENERALE SISTEMATICO)



$$\text{OL: } V_1 = E_1 \quad \text{KVL: } V_1 = V_2$$

$$V_2 = E_2 \quad \text{KCL: } I_1 = -I_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det [H] = 0$$



nessuna soluzione
o infinite soluzioni