Università degli Studi di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Corso di
Teoria dei Circuiti

Metodi sistematici di analisi dei circuiti

Dipartimento di Ingegneria Elettrica

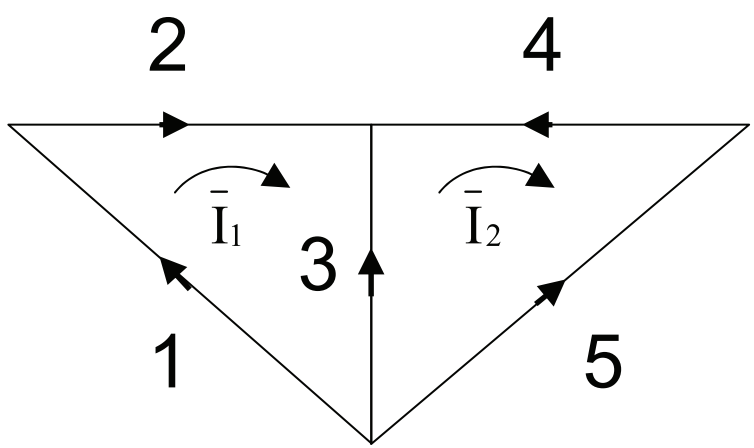
www.unipv.it/electric/cad

Metodi sistematici

- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

DUE CASI:

A) Correnti di maglia = correnti delle ℓ - n + 1 maglie interne (>0 se in senso orario)



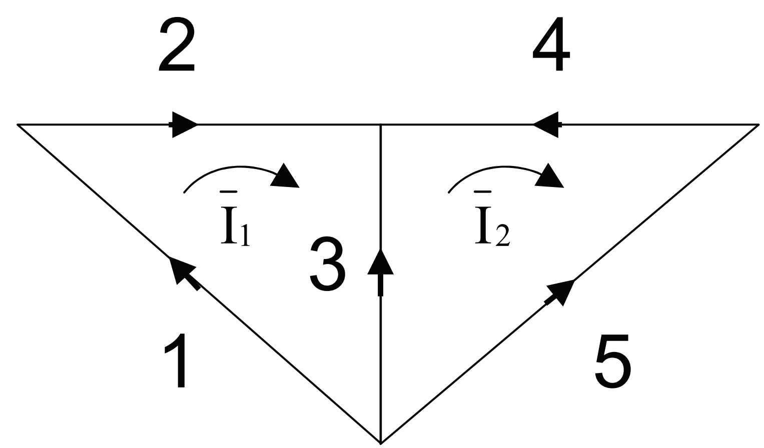
$[\bar{I}]$ vettore delle correnti fittizie che si immaginano percorrere le maglie interne

Metodi sistematici

- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

Matrice di appartenenza ridotta

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Metodi sistematici

- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

Legame tra I e $\bar{I}$

La corrente di lato
o coincide con una corrente di maglia
o è la differenza di due correnti di maglia,

così come il corrispondente lato
o appartiene a una maglia interna e alla maglia esterna
o appartiene a due maglie interne

- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

dunque

$[I] = [M]^t [\bar{I}]$

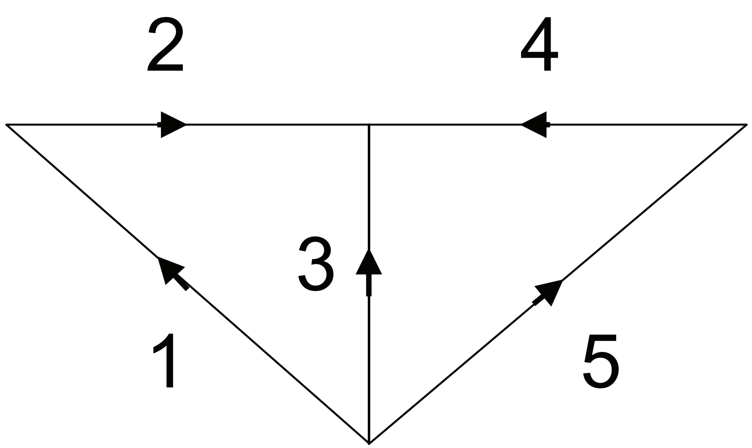
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Metodi sistematici

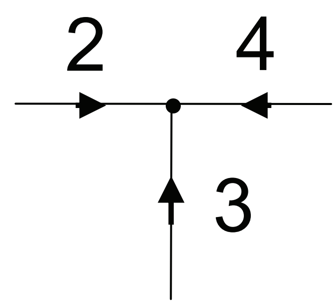
- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

B) Correnti di maglia = correnti di ℓ - n + 1 lati di coalbero

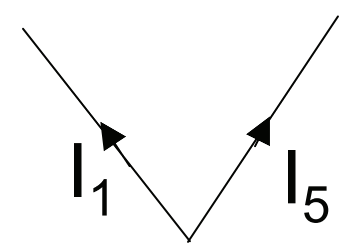
Esempio



albero

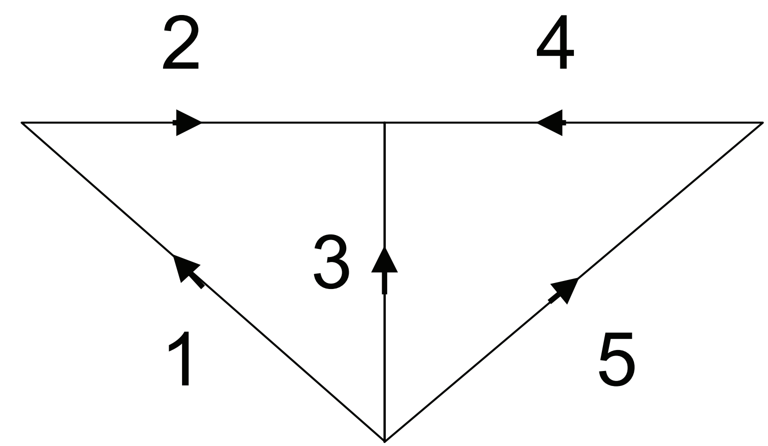


coalbero



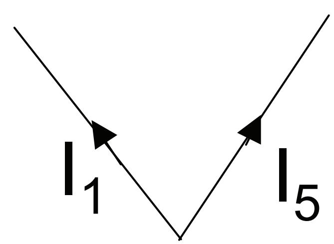
- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

Matrice delle maglie fondamentali



$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

coalbero



$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

- **METODO DELLE CORRENTI DI MAGLIA (METODO DELLE MAGLIE)**

Legame tra I e $\bar{I}$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Questa tecnica è più sistematica della precedente.
Si parte da un lato di coalbero per costruire una maglia fondamentale e quindi formare una riga di [M], poi si considera un altro lato di coalbero e così via.

Metodi sistematici

- **Equazioni**

ℓ - n + 1 KVL $[M]\,[V] = 0$

Sostituendo OL: $[V] = [E] + [R]\,([I] - [A])$

$[M]\,[E] + [M]\,[R]\,([I] - [A]) = 0$

$[M]\,[E] + [M]\,[R]\,[I] - [M]\,[R]\,[A] = 0$

sostituendo $[I]=[M]^t[\,\bar{I}\,]$ nella precedente si ha

$[M]\,[E] + [M]\,[R]\,[M]^t[\,\bar{I}\,] - [M]\,[R]\,[A] = 0$

$$\underbrace{[M]\,[R]\,[M]^t[\,\bar{I}\,]}_{[\,\bar{R}\,]\,[\,\bar{I}\,]} = \underbrace{[M]\,[R]\,[A] - [M]\,[E]}_{[\,\bar{V}\,]}$$

MATRICE DELLE RESISTENZE DI MAGLIA

Se non ci sono generatori dipendenti, matrice resistenze di lato [R] diagonale, $[\overline{R}]$= [M] [R] $[M]^t$ simmetrica

- $\overline{R}_{ii}$

riga i di [M] per resistenza di lato j per colonna i di $[M]^t$ ossia lati appartenenti alla maglia i per resistenza di lato per lati appartenenti alla maglia i

$\overline{R}_{ii}$ $\Rightarrow$ somma aritmetica delle resistenze dei lati appartenenti alla maglia i

- **MATRICE DELLE RESISTENZE DI MAGLIA**

  - $\overline{R}_{ij}$ riga i di [M] per resistenza di lato k per colonna j di $[M]^t$, ossia lati appartenenti alla maglia i per resistenza di lato k per lati appartenenti alla maglia j

$\overline{R}_{ij} \Rightarrow$ - resistenza del lato comune alle maglie i e j, se maglie concordi
(+ se maglie discordi)

- **VETTORE DELLE TENSIONI IMPRESSE DI MAGLIA**

Se non ci sono generatori di corrente

- $\overline{V}_i$ riga i di [M] per tensioni impresse di lato

- $\overline{V}_i$ somma algebrica delle tensioni dei lati appartenenti alla maglia i (+ se concordi con $\overline{I}_i$)

Sotto le ipotesi suddette, il sistema risolvente di equazioni $\left[\overline{R}\right]\left[\overline{I}\right]=\left[\overline{V}\right]$ si può scrivere direttamente

Metodi sistematici

- **SOLUZIONE**

Se i resistori sono passivi ($R_j > 0$) allora

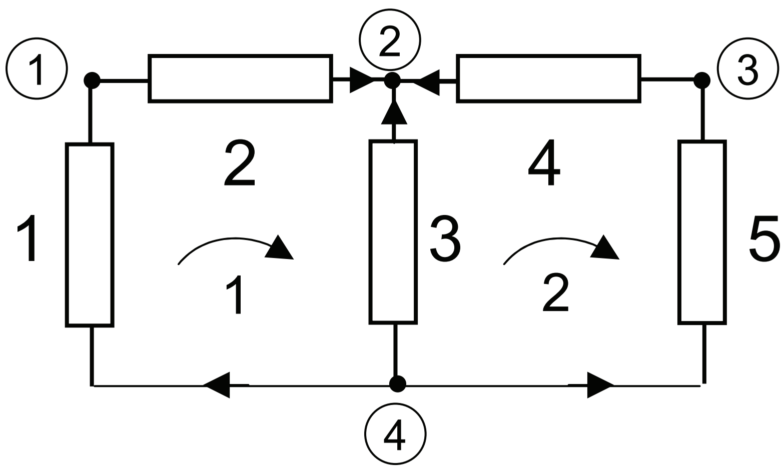
$[\overline{R}]$ è definita positiva $\Rightarrow$ $[\overline{I}]$ esiste ed è unico

Nota: se ci sono generatori comandati, [R] non è diagonale (R_{ik} se generatore di tensione di lato i è comandato da corrente di lato k) e $[\overline{R}]$ non è simmetrica

Metodi sistematici

- **ESEMPIO**

  Sia dato il circuito



E’ diagonale perché non ci sono generatori dipendenti

Sono noti:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix}$$

$E_i > 0$ se discorde con verso del lato

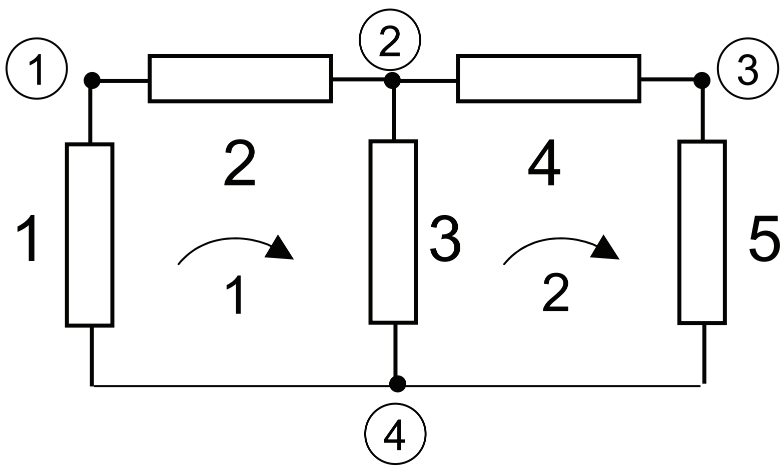
$$[E] = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{bmatrix} \qquad [A] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nullo perché non ci sono generatori di corrente

Metodi sistematici

- **ESEMPIO**

E' nota la matrice [M]



$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

incognite $[\bar{I}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$

Metodi sistematici

- **ESEMPIO**

Si ha $\overline{R} = [M]\,[R]\,[M]^t =$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ R_2 & 0 \\ -R_3 & R_3 \\ 0 & -R_4 \\ 0 & -R_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix}$$

Metodi sistematici

- **ESEMPIO**

$$[\overline{V}] = -[M]\,[E]$$

$$[\overline{V}] = \begin{bmatrix} -E_1 - E_2 + E_3 \\ -E_3 + E_4 + E_5 \end{bmatrix}$$

Il sistema risolvente $[\overline{R}][\overline{I}] = [\overline{V}]$

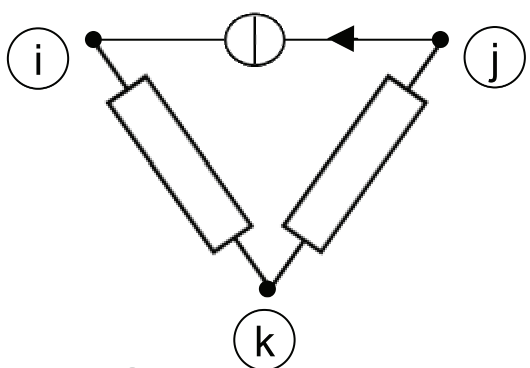
Ricavato $[\,\overline{I}\,]$, si ha $[I] = [M]^t\,[\,\overline{I}\,]$

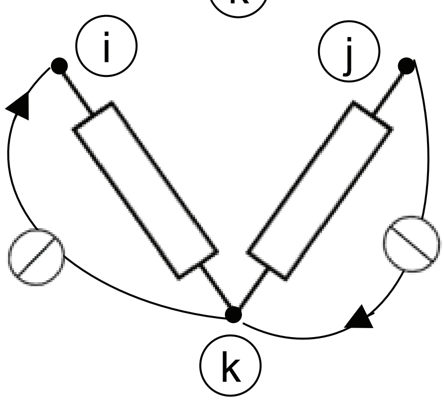
$[V] = [E] + [R]\,([I]-[A])$

Metodi sistematici

- **Caso particolare**

  Se un lato ℓ tra i nodi i e j ha $R \to \infty$ (generatore ideale di corrente)





Si deve far scomparire quel lato,
aggiungendo il generatore in parallelo ai lati incidenti tra i e k, e tra k e j ($R \to \infty$ in parallelo con R finite)

Il funzionamento non è cambiato (le KCL non sono cambiate)