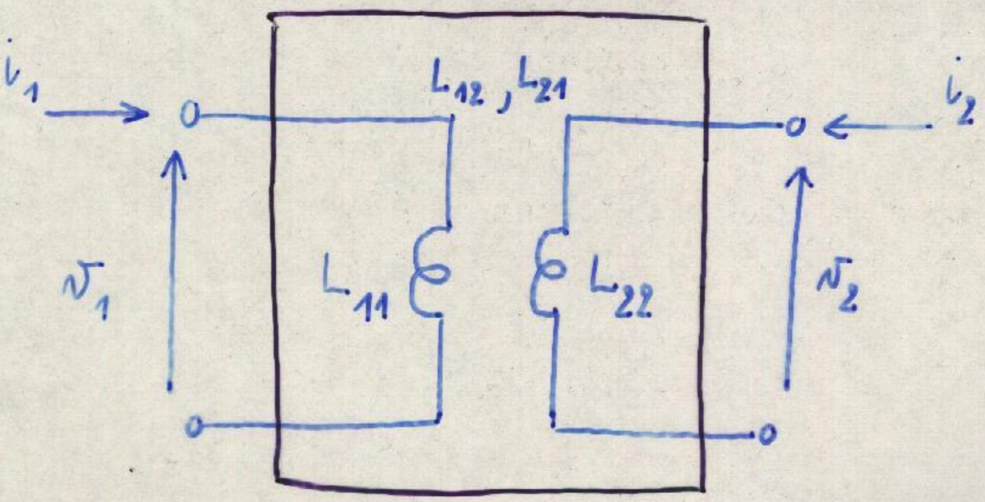
MUTUO INDUTTORE



È UN DOPPIO BIPOLO COSTITUITO DA DUE INDUTTORI (L_{11}, L_{22}) ACCOPPIATI (L_{12}, L_{21}). È CARATTERIZZATO DA QUATTRO PARAMETRI:

L_{11} AUTO INDUTTANZA DI 1

L_{12} MUTUA INDUTTANZA DI 1 CON 2

L_{21} MUTUA INDUTTANZA DI 2 CON 1

L_{22} AUTO INDUTTANZA DI 2

IPOTESI: LINEARITÀ, TEMPO INVARIANZA, PERFEZIONE

LEGGE DI OHM $\longrightarrow$ 2 EQUAZIONI

- IN FORMA DIFFERENZIALE

$$\begin{cases} v_1 = L_{11} \dfrac{di_1}{dt} + L_{12} \cdot \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_{21} \dfrac{di_1}{dt} + L_{22} \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

• IN REGIME P.A.S.

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = j\omega L_{11}\bar{I}_1 + j\omega L_{12}\bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = j\omega L_{21}\bar{I}_1 + j\omega L_{22}\bar{I}_2 \end{cases}$$

SI CONVIENE $L_{11} = L_1$, $L_{22} = L_2$

SI ASSUME $L_{12} = L_{21} = M$ (VERO SE IL MEZZO È PRIVO DI PERDITE)

• SEGNI DI L_1, L_2, M

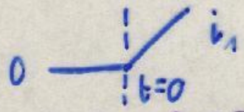
$L_1 > 0$, $L_2 > 0$

$M \lesseqgtr 0$ $\longrightarrow$ CONVENZIONE DEI MORSETTI SEGNATI

IDENTIFICAZIONE DEI MORSETTI SEGNATI

PORTA 1

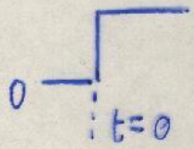
- SI ASSUME LA CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI A UN MORSETTO QUALUNQUE
- SI INIETTA UNA RAMPA DI CORRENTE NEL MORSETTO DI RIFERIMENTO



- SI SEGNA IL MORSETTO DI RIFERIMENTO

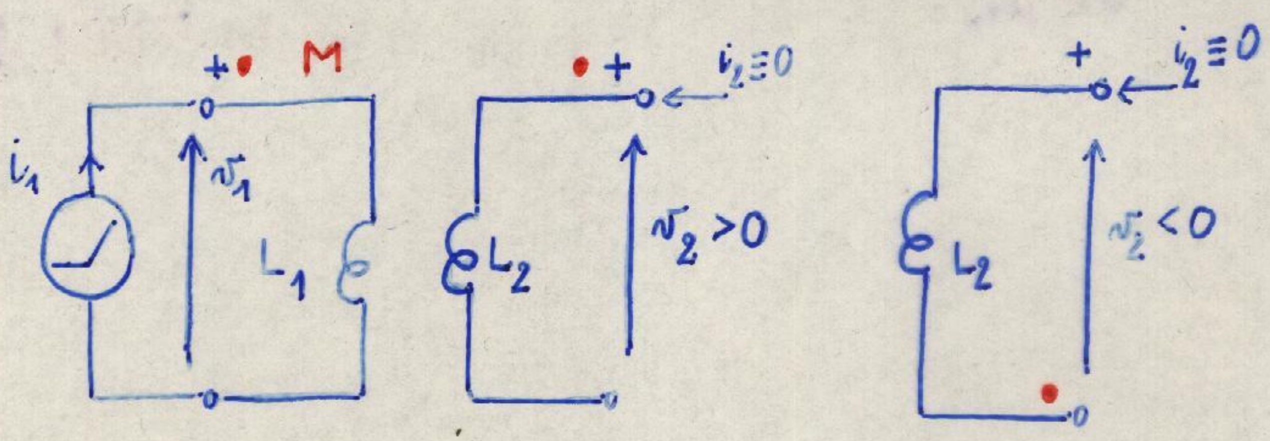
PORTA 2 A VUOTO

$$v_2 = L_{21}\frac{di_1}{dt} = \pm M\frac{di_1}{dt}$$ È UN GRADINO DI TENSIONE



- SI ASSUME LA CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI A UN MORSETTO QUALUNQUE
- SE $v_2 > 0$ SI SEGNA IL MORSETTO DI RIFERIMENTO (CASO A)

  SE $v_2 < 0$ SI SEGNA IL MORSETTO OPPOSTO (CASO B)



CASO A

$$v_2 = M\frac{di_1}{dt}$$

CASO B

$$v_2 = -M\frac{di_1}{dt}$$

GENERALIZZANDO LE OSSERVAZIONI FATTE, DATO UN M.I. CON MORSETTI SEGNATI, LA DETERMINAZIONE DEL SEGNO DELLA MUTUA INDUTTANZA RIFLETTE LA SEGUENTE TABELLA.

i_1	i_2	SEGNO DI M
ENTRA	ENTRA	>0
ENTRA	ESCE	<0
ESCE	ENTRA	<0
ESCE	ESCE	>0

LA LEGGE DI OHM SI SCRIVE CONSEGUENTEMENTE

ENERGIA DI UN MUTUO INDUTTORE LINEARE E PERFETTO

ENERGIA ASSORBITA NEL TEMPO dt

$$
\begin{aligned}
d\mathcal{E} &= v_1 i_1 \, dt + v_2 i_2 \, dt = \\
&= i_1 \left(L_{11} di_1 + L_{12} di_2 \right) + i_2 \left(L_{21} di_1 + L_{22} di_2 \right) = \\
&= L_{11} i_1 di_1 + L_{12} i_1 di_2 + L_{21} i_2 di_1 + L_{22} i_2 di_2 = \\
&= d\mathcal{E}_1 + \left(\ldots\ldots \right) + d\mathcal{E}_2
\end{aligned}
$$

$$\mathcal{E} = \int_0^t d\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \int_0^t \left(\ldots\ldots \right) dt + \mathcal{E}_2$$ NELL'INTERVALLO $(0, t)$

$\mathcal{E}_1$ ENERGIA ACCUMULATA NELL'INDUTTORE 1 $\longrightarrow \frac{1}{2} L_{11} i_1^2$

$\mathcal{E}_2$ ENERGIA ACCUMULATA NELL'INDUTTORE 2 $\longrightarrow \frac{1}{2} L_{22} i_2^2$

$\int_0^t \left(\ldots\ldots \right) dt$ NON È DISSIPATA NÉ CONVERTITA

$\longrightarrow$ DEVE ESSERE ACCUMULATA

$\longrightarrow$ DEVE ESSERE ENERGIA INTERNA $\mathcal{E}_M$ FUNZIONE DI (i_1, i_2)

$\longrightarrow$ $(\ldots\ldots)$ DEVE ESSERE IL SUO DIFFERENZIALE ASSUMENDO $L_{12} = L_{21} = M$

NE CONSEGUE

$$d\mathcal{E}_M = M i_1 \, di_2 + M i_2 \, di_1$$

QUINDI

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + M i_1 i_2}$$

$$\begin{array}{ccc} \vee & \vee & \vee\!\wedge \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

- LEGAME FRA L_{11}, L_{22}, M

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + \frac{M^2}{2L_{11}} i_2^2 - \frac{M^2}{2L_{11}} i_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2} L_{11} \left(i_1 + \frac{M}{L_{11}} i_2 \right)^2 + \frac{1}{2} i_2^2 \left(L_{22} - \frac{M^2}{L_{11}} \right)$$

L'ENERGIA È UNA GRANDEZZA FISICA INTRINSECAMENTE POSITIVA

$\rightarrow \quad \mathcal{E} \geq 0$

$\rightarrow \quad L_{22} - \dfrac{M^2}{L_{11}} \geq 0$

$$L_{11} L_{22} \geq M^2 \quad \longrightarrow \quad M \leq \sqrt{L_{11} L_{22}} = K \sqrt{L_{11} L_{22}}$$

SI DEFINISCE COEFFICIENTE DI ACCOPPIAMENTO DEL MUTUO INDUTTORE

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} \leq 1$$